جلد ۱

فهرست

فصل اول: معرفی بتن

قسمت اول: آشنایی با ویژگی‌های بتن ۸
قسمت دوم: آشنایی با اتفاقاتی که بر روی بتن رخ می‌دهد ۲۰
قسمت سوم: آشنایی با دیدگاه‌های طراحی سازه‌های بتن‌آرمه ۳۴
تست‌های فصل اول ۴۱
آزمون ۱ ..... ۴۷

فصل دوم: خمش در اعضاء با آرماتور کششی

قسمت اول: مفاهیم اولیهٔ خمش و آشنایی با تعاریف ۵۲
قسمت دوم: مقطع بتن‌آرمه در حالت الاستیک و الاستوپلاستیک ۶۵
قسمت سوم: مقطع بتن‌آرمه در حالت پلاستیک و بررسی حالت بالانس ۷۷
قسمت چهارم: شکست نرم و ترد در یک مقطع بتن‌آرمه ۹۲
قسمت پنجم: نمودار لنگر ـ انحناء و مفاهیم شکل‌پذیری در یک مقطع بتن‌آرمه ۱۰۷
تست‌های فصل دوم ۱۱۳
آزمون ۱ ..... ۱۲۸
آزمون ۲ ..... ۱۳۲

فصل سوم: خمش ۲ (مقاطع دوبله‌آرمه، T شکل و ...)

قسمت اول: مقطع دوبله‌آرمه ۱۴۰
قسمت دوم: بررسی مقاطع T شکل ۱۵۸
قسمت سوم: سایر مقاطع بالدار ۱۷۵
تست‌های فصل سوم ۱۸۱
آزمون ۱ ..... ۱۹۷
آزمون ۲ ..... ۲۰۳

فصل چهارم: طراحی ستون‌های بتن‌آرمه

قسمت اول: ستون تحت بار محوری خالص ۲۱۰
قسمت دوم: ستون تحت بار محوری و لنگر خمشی یک‌طرفه ۲۲۱
قسمت سوم: ستون تحت بار محوری و لنگر خمشی دوطرفه ۲۴۴
قسمت چهارم: ستون‌های لاغر و مفهوم تشدید لنگر در یک ستون بتن‌آرمه ۲۴۹
قسمت پنجم: ضوابط آرماتورگذاری ستون‌ها و شکل‌پذیری ۲۵۶
تست‌های فصل چهارم ۲۶۳
آزمون ۱ ..... ۲۸۱
آزمون ۲ ..... ۲۸۶
سؤالات آزمون‌های سراسری از سال ۹۳ به بعد ۲۹۲

سری عمران

فصل دوم:

خمش در اعضاء با آرماتور کششی

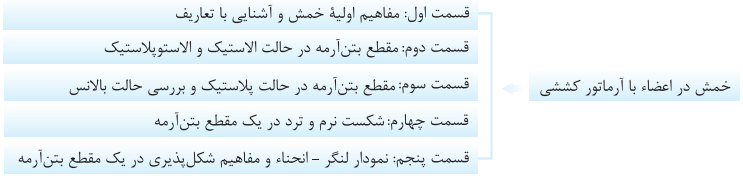
مروری بر آنچه خواهیم خواند:

بررسی مقاطع بتن‌آرمه تحت لنگر خمشی و طراحی آنها در این حالت، از مباحث اولیه و بسیار مهم در سازه‌های بتن‌آرمه محسوب می‌شود. این مسئله اساساً از دو دیدگاه زیر حائز اهمیت است:

۱- اعضاء تحت خمش در سازه زیاد استفاده می‌شوند.

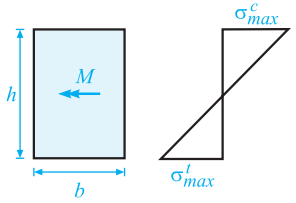
۲- مفاهیم اصلی بتن‌آرمه، با بحث خمش ارتباط زیادی دارد.

در این فصل ابتدا مفاهیم اولیهٔ خمش را بررسی کرده و سپس رفتار مقطع بتن‌آرمه را در حالات مختلف تحلیل می‌کنیم. نمودار درختی مطالب این فصل به‌صورت زیر است:



A – ۱– بررسی ضرورت استفاده از آرماتور در مقاطع بتن آرمه

یک تیر بتنی غیرمسلح (بدون فولاد)، مطابق شکل زیر را درنظر بگیرید. اگر به این تیر لنگر خمشی مثبت با مقدار M وارد شود، قسمت پایین مقطع تحت کشش و قسمت بالای مقطع تحت فشار قرار می‌گیرد. در این حالت تا قبل از ترک خوردن بتن، تنش‌های حداکثر کششی و فشاری با یکدیگر برابر هستند و به سادگی با کمک روابط مقاومت مصالح می‌توان نوشت:



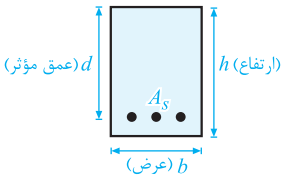
$$S = \frac{I}{c} = \frac{bh^2}{6}$$

$$\Rightarrow \sigma^t_{max} = \sigma^c_{max} = \frac{M}{S} = \frac{6M}{bh^2}$$

اما مشکل آن است که در تیرهای بتنی غیرمسلح به‌علت پایین بودن مقاومت بتن در کشش، مقطع در ناحیهٔ کششی تحت اثر لنگر کمی ترک خورده و دیگر تحمل لنگر خمشی بیشتر را ندارد، این موضوع در حالی است که از پتانسیل ناحیهٔ فشاری استفاده چندانی نشده است. به همین دلیل تیرهای بتنی غیرمسلح (بدون فولاد) به علت زود ترک خوردن در ناحیهٔ کششی، در عمل کارایی ندارند.

در مهندسی عمران برای جبران این ضعف و تقویت بتن در ناحیهٔ کششی، از آرماتورهای فولادی در این ناحیه استفاده می‌شود.

تذکر: فرض کنید که میلگردهایی با مساحت A_s ، در ناحیهٔ کششی مقطع نشان داده شده قرار گرفته است. پارامترهای مورد نیاز برای تحلیل مقطع در درس بتن‌آرمه، در شکل زیر نشان داده شده است:

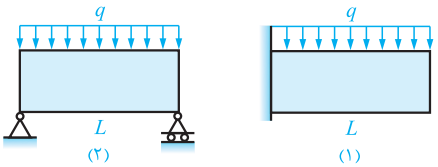


$$\text{نسبت فولاد} = \rho = \frac{\text{مساحت فولاد}}{\text{عمق مؤثر} \times \text{عرض}} = \frac{A_s}{bd}$$

$$\text{درصد فولاد} = \frac{A_s}{bd} \times ۱۰۰ = \rho \times ۱۰۰$$

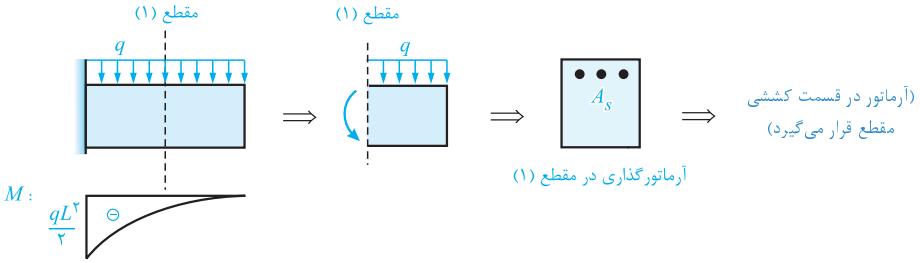
- توجه داشته باشید که در اکثر مواقع، نسبت فولاد را به اشتباه به عنوان درصد فولاد بیان می‌کنند.

تمرین ۱: با توجه به اصول خمش در مقاطع بتن‌آرمه، آرماتورگذاری خمشی برای تیرهای زیر در کدام ناحیه منطقی به نظر می‌رسد؟

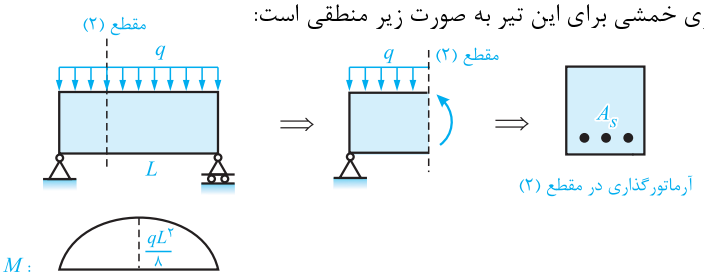


زیر شاخه‌های قسمت اول
A–۱– بررسی ضرورت استفاده از آرماتور در مقاطع بتن‌آرمه
A–۲– فرضیات اصلی خمش در مقاطع بتن‌آرمه
A–۳– بررسی مبانی رفتار مقاطع بتن آرمه تحت خمش
A–۴– نتایج کاربردی نمودار $P-\delta$

حل: می‌دانیم که لنگر خمشی ایجاد شده در تیر (۱) منفی بوده و در این حالت قسمت بالایی مقطع تحت کشش قرار می‌گیرد. با توجه به این موضوع، آرماتورگذاری خمشی برای این تیر به صورت زیر منطقی است:



در تیر (۲) لنگر خمشی مثبت در تیر ایجاد شده و در این حالت ناحیهٔ پایینی تیر تحت کشش قرار می‌گیرد. با توجه به این موضوع، آرماتورگذاری خمشی برای این تیر به صورت زیر منطقی است:



دقت شود که مقدار آرماتور مورد نیاز در این تیرها به مقدار لنگر خمشی وارد بر تیر بستگی دارد که نحوهٔ محاسبهٔ آن را در ادامهٔ فصل بررسی می‌کنیم.

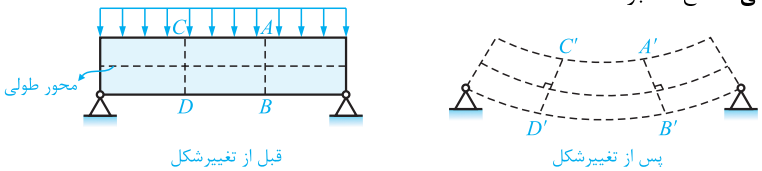
نکته: هر چه فاصلهٔ آرماتورها از محور خنثی بیشتر باشد، تنش بیشتری در آنها ایجاد شده و از ظرفیت آنها استفادهٔ مناسب‌تری می‌شود. به همین دلیل برای قرار دادن آرماتورها در یک مقطع، آنها را تا حد امکان به لبهٔ مقطع بتنی نزدیک کرده و تنها در حدود ۵ سانتی‌متر پوشش بتنی (کاور) برای محافظت میلگردها روی آنها قرار می‌دهیم.

در ادامهٔ بحث، ابتدا به فرضیات اصلی خمش در مقاطع بتن‌آرمه که از درس مقاومت مصالح آورده شده است، می‌پردازیم.

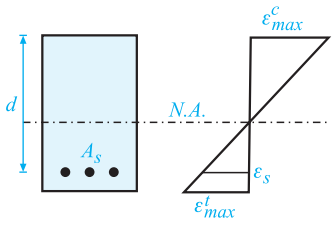
A-۲- فرضیات اصلی خمش در مقاطع بتن‌آرمه

در بررسی رفتار تیرهای بتن‌آرمه تحت خمش، از سه فرض اساسی زیر استفاده می‌شود که عبارت است از:

۱ **اصل برنولی:** بر طبق این اصل مهم در مقاومت مصالح، صفحات عمود بر محور طولی عضو (مانند AB و CD)، بعد از خمش نیز به‌صورت صفحه و عمود بر محور طولی عضو باقی می‌مانند. این اصل در محدودهٔ **رفتار خطی و غیرخطی** مقطع معتبر است.



مهمترین نتیجه‌ای که از این اصل می‌گیریم، این است که کرنش (تغییر طول نسبی) در ارتفاع مقطع به صورت خطی تغییر می‌کند و برای یک مقطع بتنی به صورت مقابل درنظر گرفته می‌شود:



ε^c_{max} : کرنش حداکثر فشاری در بتن　　ε_s : کرنش در فولاد

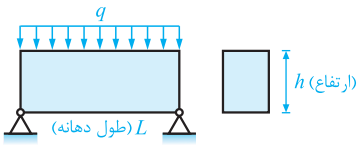
ε^t_{max} : کرنش حداکثر کششی در بتن

دقت شود که محل صفر شدن کرنش در مقطع عرضی، **محور خنثی** نام دارد که به اختصار با $N.A.$ نشان داده می‌شود.

تمرین ۲: آیا استفاده از توزیع خطی کرنش در یک مقطع بتن‌آرمه (اصل برنولی)، همواره صحیح است؟

حل: این فرض ساده کننده که دقت مناسبی نیز دارد، در **همهٔ آیین‌نامه‌های بتن‌آرمه** جهت تحلیل مقاطع در خمش استفاده می‌شود. البته باید توجه کرد که این فرض در موارد زیر خطای زیادی را در محاسبات ایجاد می‌کند و نباید استفاده شود:

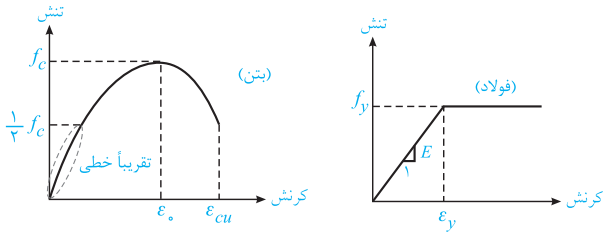
۱- در تیرهای با ارتفاع زیاد و طول دهانهٔ کوچک (تیر عمیق)، فرض خطی باقی‌ماندن کرنش در مقطع صحیح نیست. به عبارت دیگر اگر نسبت $\frac{L}{h}$ کوچک باشد، تیر عمیق بوده و دیگر اصل برنولی برای آن صادق نیست.*



۲- در مجاورت ناپیوستگی‌ها، بارهای متمرکز بزرگ، سوراخ‌ها و محل تغییرات زیاد در مقطع تیر و ستون، فرض خطی ماندن کرنش صحیح نیست.

۲ **پیوستگی کامل بین بتن و فولاد:** چسبندگی کامل بین بتن و فولاد و عدم لغزش بین آنها، از فرضیات بسیار مهم در طراحی سازه‌های بتن‌آرمه است. با این فرض، کرنش فولاد و بتن مجاور آن همواره با یکدیگر یکسان فرض می‌شود. شایان ذکر است که تأمین چسبندگی لازم بین میلگردهای فولادی و بتن، از وظایف بسیار مهم یک طراح بوده که این موضوع را در فصل طول مهاری به‌طور کامل بررسی می‌کنیم.

۳ **منحنی تنش - کرنش:** همانطور که در فصل قبل نیز بررسی شد، نمودار تنش - کرنش برای فولاد و بتن مطابق شکل‌های زیر به‌دست می‌آید:



با کمک گرفتن از این نمودارها، تحلیل مقاطع بتن‌آرمه در خمش ساده‌تر می‌شود، به این معنی که با دانستن کرنش در هر تار از مقطع، به سادگی می‌توان تنش ایجاد شده در بتن و همچنین فولاد را به‌دست آورد. دقت شود که با توجه به نمودار سمت راست، تنش فولاد در کرنش‌های بزرگتر از ε_y ثابت باقی‌مانده و برابر f_y است.

---

* بر اساس مبحث نهم مقررات ملی ساختمان، اگر طول دهانهٔ آزاد تیر کوچکتر یا مساوی چهار برابر عمق تیر باشد ($L \le 4h$)، تیر از نوع عمیق محسوب شده و فرض توزیع خطی کرنش برای آن صحیح نیست.

تمرین ۳: کدام‌یک از موارد زیر، جزء فرضیات تئوری خمشِ مورد استفاده در تیرهای بتن‌آرمهٔ متعارف، نمی‌باشد؟

۱) تنش بتن و فولاد در هر نقطه از مقطع را می‌توان بر اساس کرنش آن و با توجه به منحنی‌های تنش - کرنش مربوطه به‌دست آورد.

۲) اگر بتن رفتار غیرخطی داشته باشد، نمودار توزیع کرنش در ارتفاع مقطع غیرخطی می‌شود.

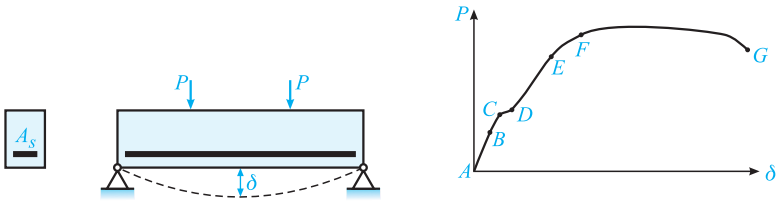
۳) هیچ‌گونه لغزشی بین بتن و فولاد رخ نداده و کرنش فولاد برابر کرنش بتن چسبیده به آن است.

۴) تنش فولاد تا قبل از تسلیم، به‌صورت خطی با کرنش آن متناسب است.

● **حل:** بر اساس مطالب بیان شده، تغییرات کرنش در یک تیر بتن‌آرمهٔ غیرعمیق در محدودهٔ رفتار خطی و غیرخطی مصالح، خطی فرض می‌شود. بنابراین عبارت مطرح شده در گزینهٔ (۲)، جزء فرضیات تئوری خمش نیست.

A - ۳- بررسی مبانی رفتار مقاطع بتن‌آرمه تحت خمش

یک تیر بتن‌آرمه را در نظر بگیرید که مطابق شکل زیر، تحت اثر نیروهای متمرکز P قرار گرفته است. با توجه به نمودار لنگر خمشی تیر، در ناحیهٔ بین دو نیروی P لنگر خمشی ثابت بوده و خیز وسط تیر برابر δ است. در این حالت آزمایشات نشان می‌دهد که اگر مقدار فولاد موجود در مقطع نسبتاً کم باشد، نمودار $P-\delta$ با افزایش نیروهای P از شروع بارگذاری تا لحظهٔ خرابی تیر، به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:



دانشجویان عزیز توجه داشته باشند که فهم درست این نمودار و ناحیه‌های مختلف آن، فهم دقیق این فصل و فصل آینده را تضمین می‌کند. به همین دلیل ابتدا به یادآوری چند نکتهٔ ساده در مورد آن پرداخته و سپس ویژگی‌های هر ناحیه را به طور کامل بررسی می‌کنیم:

۱- اصولاً بتن موجود در ناحیهٔ کششی مقطع، با کمی افزایش در مقدار لنگر ایجاد شده در تیر ترک می‌خورد و بعد از آن می‌توان از مقاومت ناحیهٔ کششی بتن در روند محاسبات صرف‌نظر کرد.

۲- از فصل (۱) به خاطر داریم که بتن موجود در ناحیهٔ فشاری مقطع، تا تنش $\frac{۱}{۲}f_c$ رفتار خطی دارد اما بعد از آن، رفتار بتن غیرخطی شده و تحلیل مقطع کمی دشوارتر می‌شود.

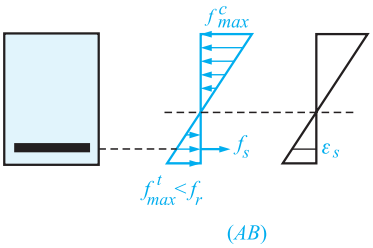
۳- از آنجا که فولاد موجود در مقطع این تیر کم است، با بزرگ شدن P، سرانجام فولاد جاری شده و تنش آن به f_y می‌رسد. شایان ذکر است که به این نوع شکست، **شکست نرم** می‌گویند. انواع حالت‌های شکست یک مقطع را در این فصل به طور کامل بررسی خواهیم کرد.

۴- نقطهٔ نهایی نمودار (G) لحظهٔ گسیختگی مقطع را نشان می‌دهد. در این لحظه که **لحظهٔ نهایی** نام دارد، بتن در ناحیهٔ فشاری مقطع به حداکثر کرنش قابل تحمل یعنی ε_{cu} رسیده است. طراحی مقاطع بتن‌آرمه در روش حالت حدی که در فصل اول در مورد آن توضیح دادیم، برای این لحظه انجام می‌شود.

در ادامهٔ بحث به بررسی دقیق نمودار $P-\delta$ می‌پردازیم. توجه شود که برای هر ناحیه از نمودار $P-\delta$، نحوهٔ توزیع تنش و کرنش در ارتفاع مقطع، ویژگی اصلی ناحیه و علت تمام شدن آن ناحیه بیان شده است.

۱ بررسی وضعیت مقطع در ناحیهٔ AB

در ابتدای بارگذاری، نیروی P کم بوده و لنگر خمشی ایجاد شده در مقطع نیز کم است. با توجه به این موضوع، تنش‌های کششی ایجاد شده در بتن آنقدر کم است که بتن واقع در ناحیهٔ کششی مقطع ترک نمی‌خورد. در این مرحله همهٔ اجزای مقطع یعنی بتن در ناحیهٔ فشاری و کششی و همچنین فولاد، رفتاری خطی دارند.

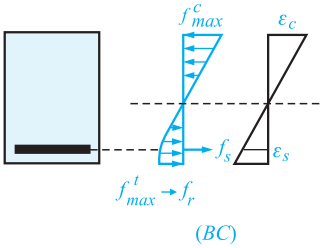


$$\begin{cases} f^t_{max} < f_r \Rightarrow f^t_{max} < \alpha\sqrt{f_c} \\ f_s < f_y \end{cases}$$

ویژگی اصلی ناحیهٔ AB	بتن در ناحیهٔ کششی رفتار خطی دارد.
علت تمام شدن ناحیهٔ AB	تنش کششی حداکثر ایجاد شده در بتن به سمت f_r میل می‌کند.

با نزدیک شدن تنش حداکثر کششی بتن به f_r، انتظار می‌رود که در پایان این ناحیه، بتن در قسمت کششی ترک بخورد ولی جالب است که این اتفاق رخ نمی‌دهد. در ادامه وضعیت مقطع در ناحیهٔ BC را بررسی می‌کنیم.

۲ بررسی وضعیت مقطع در ناحیهٔ BC



در شکل مقابل به وضعیت نمودار تنش در ارتفاع مقطع توجه کنید. با کمی دقت مشاهده می‌شود که در پایین نمودار تنش، یک حالت غیرخطی به وجود آمده است. در این حالت می‌توان گفت که در ناحیهٔ کششی بتن، تارهای کمی بالاتر به کمک پایین‌ترین تار کششی مقطع رفته و در اصطلاح **بازتوزیع تنش‌های کششی** رخ می‌دهد. دقت شود که هرگاه توزیع تنش در مقطع به‌صورت غیرخطی شود، نمودار $P-\delta$ نیز غیرخطی می‌شود. در پایان این ناحیه، سرانجام مقطع بتنی ترک می‌خورد.

ویژگی اصلی ناحیهٔ BC	بازتوزیع تنش‌های کششی در بتن رخ می‌دهد.
علت تمام شدن ناحیهٔ BC	بازتوزیع تنش‌های کششی پایان یافته و مقطع ترک می‌خورد

تذکر ۱: با یک نگاه دقیق، علت رفتار غیرخطی مقطع قبل از ترک خوردن را می‌توان بازتوزیع تنش‌های کششی در مقطع دانست.

تذکر ۲: ناحیهٔ BC ناحیهٔ کوچکی بوده و در طراحی از آن صرف‌نظر می‌شود.

تذکر ۳: درست است که در ناحیهٔ BC نمودار تنش در ارتفاع مقطع غیرخطی شده است ولی اشتباه نکنید، نمودار کرنش در ارتفاع مقطع با توجه به تئوری برنولی خطی است.

تذکر ٤: لنگر وارد بر مقطع در پایان این ناحیه یعنی در لحظهٔ ترک‌خوردگی، M_{cr} **(لنگر ترک‌خوردگی)** نام دارد.

۳ بررسی وضعیت مقطع در ناحیهٔ CD

ممکن است تصور کنید که به محض شروع ترک‌خوردگی مقطع، کل ناحیهٔ کششی بتن از زیر تحمل تنش شانه خالی می‌کند. این تصور اشتباه است؛ به عبارت دیگر در ناحیهٔ CD، محدودهٔ کششی بتن هنوز مقاومت کمی در برابر بارگذاری دارد. این وضعیت تا آنجا پیش می‌رود که در پایان این ناحیه، مقاومت ناحیهٔ کششی بتن قابل صرف‌نظر کردن خواهد شد. شایان ذکر است که از این ناحیه نیز به‌دلیل کوچک بودن آن، اغلب در طراحی صرف‌نظر می‌شود.

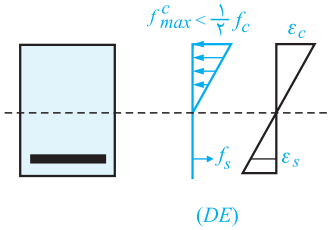
ویژگی اصلی ناحیهٔ CD	کمی مقاومت در بتن ناحیهٔ کششی وجود دارد.
علت تمام شدن ناحیهٔ CD	مقاومت کششی بتن پایان می‌یابد.

تذکر ۱: با آغاز این ناحیه یعنی از نقطهٔ C، ترک‌های ایجاد شده در بتن شروع به رشد می‌کند و رشد ترک‌ها باعث ایجاد رفتار غیرخطی در نمودار $P-\delta$ می‌شود.

تذکر ۲: در این ناحیه شیب نمودار $P-\delta$ کاهش می‌یابد که این موضوع نشان‌دهندهٔ کاهش سختی تیر به دلیل بروز ترک در نواحی کششی مقطع است.

۴ بررسی وضعیت مقطع در ناحیهٔ DE

در این قسمت به وضعیت جالبی در مقطع رسیده‌ایم. در این حالت در ناحیهٔ کششی تنها فولاد و در ناحیهٔ فشاری بتن تحمل تنش می‌کنند و هر دو نیز رفتار خطی دارند، هر چند که ترک‌های کششی در عمق مقطع نفوذ پیدا کرده‌اند.



$$\begin{cases} \varepsilon_s < \varepsilon_y \Rightarrow f_s < f_y & (1) \\ f^c_{max} < \frac{1}{2} f_c & (2) \end{cases}$$

ویژگی اصلی ناحیهٔ DE	بتن فشاری و فولاد کششی هر دو رفتار خطی دارند.
علت تمام شدن ناحیهٔ DE	یکی از دو رابطهٔ فوق نقض می‌شود.

تذکر ۱: در این ناحیه به دلیل آنکه قسمت کششی (فولاد) و قسمت فشاری (بتن) هر دو رفتار خطی دارند، نمودار $P-\delta$ مجدداً خطی شده است.

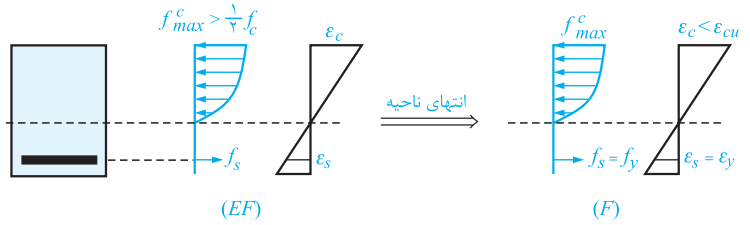
تذکر ۲: در پایان این ناحیه یکی از شرط‌های (۱) یا (۲) برقرار نیست، که البته اغلب شرط (۲) نقض شده و بتن رفتار غیرخطی از خود نشان می‌دهد. در ادامهٔ بحث نیز با همین فرض، ناحیه‌های دیگر را بررسی کرده‌ایم.

تذکر ۳: به لنگر وارد بر مقطع در پایان این ناحیه که رفتار خطی بتن فشاری و یا فولاد را پایان می‌دهد، **لنگر الاستیک** گفته و آن را با M_e نشان می‌دهیم.

دقت شود که شیوهٔ محاسبهٔ M_e را در قسمت دوم این فصل با شما عزیزان بررسی خواهیم کرد.

۵ بررسی وضعیت مقطع در ناحیهٔ EF

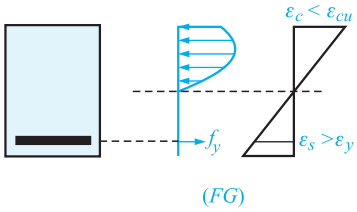
با توجه به فرضی که در قسمت قبل انجام دادیم، در این ناحیه بتن فشاری رفتار غیرخطی از خود نشان داده و تنش حداکثر فشاری بتن (در تار بالایی مقطع) از حد $0/5\,f_c$ بیشتر می‌شود. در این محدوده میلگردهای کششی همچنان رفتار الاستیک دارند، یعنی کرنش آنها از کرنش جاری شدن (ε_y) کمتر است. در پایان این ناحیه یعنی در نقطهٔ F، سرانجام فولاد جاری شده و کرنش آن به ε_y می‌رسد.



ویژگی اصلی ناحیهٔ EF	فولاد کششی هنوز رفتار خطی از خود نشان می‌دهد.
علت تمام شدن ناحیهٔ EF	فولاد کششی به کرنش ε_y رسیده و تسلیم می‌شود.

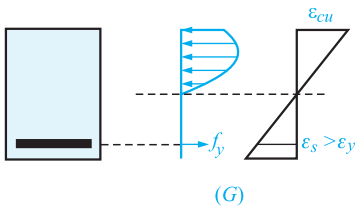
۶ بررسی وضعیت مقطع در ناحیهٔ FG

احتمالاً این سؤال را از خود می‌پرسید که مقطع در قسمت قبل، به بیشترین ظرفیت در ناحیهٔ کششی خود رسیده است (به عبارتی ناحیهٔ کششی دیگر توان تحمل نیروی اضافی را ندارد)، پس چرا خراب نمی‌شود؟ پاسخ این است که شرط خرابی مقطع، رسیدن کرنش ماکزیمم فشاری بتن به ε_{cu} است و در این حالت مقطع هنوز به گسیختگی نهایی نرسیده است. در نقطهٔ G کرنش فشاری بتن به ε_{cu} رسیده و مقطع منهدم می‌شود.



ویژگی اصلی ناحیهٔ FG	کرنش ماکزیمم در بتن فشاری، هنوز به ε_{cu} نرسیده است.
علت تمام شدن ناحیهٔ FG	کرنش ماکزیمم در بتن فشاری به ε_{cu} می‌رسد.

تذکر ۱: نمودار تنش و کرنش در ارتفاع مقطع، در آخرین لحظه یعنی نقطهٔ G به صورت مقابل است (حالت نهایی). دقت شود که طراحی مقطع بتن‌آرمه برای این لحظه انجام می‌شود.



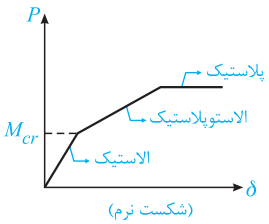
$$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} \quad \Rightarrow \quad \text{(شرط گسیختگی مقطع)}$$

تذکر ۲: لنگر وارد بر مقطع در نقطهٔ G، **لنگر نهایی** نام داشته که آن را با M_u نشان می‌دهیم. در قسمت چهارم این فصل تلاش می‌کنیم که آن را محاسبه کنیم.

تذکر ۳: در ابتدای ناحیهٔ FG، میلگردهای کششی مقطع جاری شده‌اند. بعد از جاری شدن میلگردها، نیروی آنها مقدار ثابتی بوده ولی کرنش آنها افزایش می‌یابد. با توجه به این موضوع همانگونه که در نمودار $P-\delta$ نیز مشاهده می‌شود، تغییرمکان تیر (δ) در این مرحله بدون تغییر زیاد در P افزایش زیادی می‌یابد.

تا این قسمت از فصل با نمودار $P-\delta$ به صورت کامل آشنا شدیم. در قسمت بعد نتایج کاربردی که از بحث‌های این قسمت و نمودار $P-\delta$ حاصل می‌شود را بررسی می‌کنیم.

۴-A- نتایج کاربردی نمودار $P-\delta$



در طراحی و کنترل تیرهای بتن‌آرمه، معمولاً نمودار $P-\delta$ رسم شده در قسمت قبل را با یک نمودار سه خطی به‌صورت روبه‌رو ساده‌سازی کرده و با توجه به آن رفتار تیر را بررسی می‌کنند. در مورد این نمودار، به موارد زیر توجه کنید:

۱) بر اساس نمودار فوق، با توجه به میزان لنگر وارد بر مقطع، ۳ محدودهٔ رفتاری برای مقطع بتن‌آرمه در خمش می‌تواند ایجاد شود:

محدودهٔ رفتاری تیر بتن مسلح ← رفتار الاستیک / رفتار الاستوپلاستیک / رفتار پلاستیک

- برای درک بهتر ویژگی‌های مقطع در حالت الاستیک، به مطالب زیر توجه کنید:

درک بهتر وضعیت مقطع در حالت رفتار الاستیک

در محدودهٔ رفتار الاستیک، شرایط زیر در مقطع وجود دارد:

۱- لنگر خمشی وارده بقدری کم است که هیچ‌گونه ترک‌خوردگی در ناحیهٔ کششی مقطع رخ نمی‌دهد (محدودهٔ لنگر $\Leftarrow 0 < M < M_{cr}$).

۲- این محدودهٔ رفتاری، معادل قسمت AC از منحنی $P-\delta$ است. دقت شود از ناحیهٔ BC که رفتار غیرخطی دارد به دلیل کوچک بودن آن صرف‌نظر می‌شود.

۳- در این حالت بتن در ناحیهٔ فشاری و کششی و همچنین فولاد کششی، همگی رفتار خطی دارند.

۴- به‌دلیل عدم ایجاد ترک‌خوردگی در مقطع، تنش در دورترین تار کششی، از مدول گسیختگی بتن (f_r) کمتر است.

$$f^t_{max} < f_r$$

۵- به دلیل رفتار خطی بتن و فولاد، می‌توان با استفاده از روابط مقاومت مصالح به سادگی مقطع را تحلیل کرد. شیوهٔ تحلیل مقطع در این ناحیه را در قسمت دوم فصل بررسی می‌کنیم.

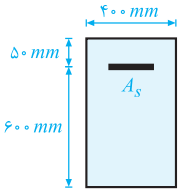
۶- همانطور که در قسمت (۳-A) نیز بیان کردیم، لنگر در انتهای این ناحیه M_{cr} نام داشته که شیوهٔ محاسبهٔ آن را در قسمت دوم این فصل بررسی می‌کنیم.

- برای درک بهتر ویژگی‌های ناحیهٔ الاستوپلاستیک به مطالب زیر توجه کنید:

درک بهتر وضعیت مقطع در حالت رفتار الاستوپلاستیک

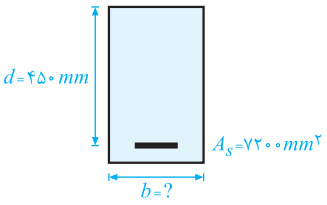
هنگامی که لنگر وارد بر مقطع از لنگر ترک‌خوردگی بیشتر شود، ترک‌های کششی در مقطع ایجاد می‌شود که با افزایش لنگر، این ترک‌ها در عمق مقطع نفوذ کرده و تا محور خنثی ادامه می‌یابند. در این حالت با برقراری شرایط بیان شده در صفحهٔ بعد، رفتار مقطع الاستوپلاستیک فرض می‌شود:

۵- شکست مقطع شکل زیر نرم فرض می‌شود. ارتفاع محور خنثی در هنگام زوال تیر در چه عمقی نسبت به تار بالایی تیر قرار دارد؟ ($\beta_1 = ۰/۸$ ، $\phi_s = \phi_c = ۱$ ، $f_y = ۴۰۰ MPa$ ، $۰/۸۵ f_c = ۲۰ MPa$ ، $A_s = ۲۴۰۰\ mm^۲$)



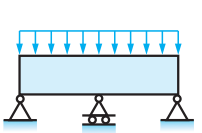
۱) $۵۰\ cm$
۲) $۴۵\ cm$
۳) $۲۰\ cm$
۴) $۱۵\ cm$

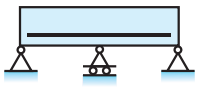
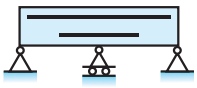
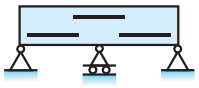
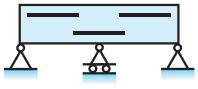
۶- در مقطع زیر در حالت نهایی، کرنش آرماتورهای کششی نصف حداکثر کرنش فشاری بتن است. اگر $f_c = ۳۰\ MPa$ و $f_y = ۴۰۰\ MPa$ باشد، عرض این مقطع چقدر باید باشد؟ ($\varepsilon_{cu} = ۰/۰۰۳$ ، $\beta_1 = ۰/۸$ ، $\phi_c = ۰/۶$ ، $\phi_s = ۰/۸۵$ ، $E_s = ۲\times ۱۰^۵\ MPa$)



۱) $۶۰۰\ mm$
۲) $۵۰۰\ mm$
۳) $۴۰۰\ mm$
۴) $۳۰۰\ mm$

۷- کدام‌یک از شکل‌های زیر از نظر تئوری، روش بهتری برای آرماتورگذاری تیر نشان داده شده است؟



۱) 
۲) 
۳) 
۴) 

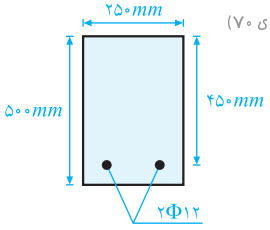
۸- برای افزایش شکل‌پذیری تیرهای تحت خمش، انتخاب کدام‌یک از گزینه‌های زیر مناسب‌تر است؟

۱) فولاد ضعیف‌تر، بتن قوی‌تر
۲) فولاد قوی‌تر، بتن قوی‌تر
۳) فولاد ضعیف‌تر، بتن ضعیف‌تر
۴) فولاد قوی‌تر، بتن ضعیف‌تر

۹- یکی از فرضیات اساسی در طراحی سازه‌های بتن‌آرمه عبارت است از: (سراسری ۷۰)

۱) کرنش فولاد = کرنش بتن
۲) مقاومت فشاری بتن = ۱۰ برابر مقاومت کششی بتن
۳) عدم ترک‌خوردگی در بتن
۴) کرنش بتن در حد الاستیک = ۰/۰۰۳

۱۰- یک مقطع مستطیلی با اطلاعات زیر داده شده است. مقاومت فشاری نمونه $f_c = ۲۵\ MPa$ و مقاومت تسلیم فولاد $f_y = ۲۵۰\ MPa$ می‌باشد. کدام گزینه در مورد رفتار این مقطع صحیح است؟ ($\phi_s = ۰/۸۵$ ، $\phi_c = ۰/۶$ ، $\beta_1 = ۰/۸۵$) (سراسری ۷۰)



۱) رفتار این تیر مانند یک تیر کم آرماتور است.
۲) رفتار این تیر مانند یک تیر پر آرماتور است.
۳) رفتار این تیر مانند یک تیر بتنی غیرمسلح است.
۴) هیچ‌کدام

۱۱- در اکثر تیرهای بتن‌آرمه لنگری که باعث ایجاد نخستین ترک می‌شود: (سراسری ۷۲)

۱) درصد کمی از لنگر مقاوم نهایی است.
۲) حدوداً نصف لنگر مقاوم نهایی است.
۳) کمی کمتر از لنگر مقاوم نهایی است.
۴) هیچ‌کدام

۱۲- در یک مقطع خمشی منظور از حالت بالانس (متعادل) چیست؟ (سراسری ۷۲)

۱) بین نیروی فشاری بتن و نیروی کششی فولاد تعادل برقرار است.
۲) هنگامی که بتن فشاری به تغییرشکل نهایی خود می‌رسد، فولاد کششی نیز به تغییرشکل نهایی خود برسد.
۳) هنگامی که بتن فشاری به تغییرشکل نهایی خود می‌رسد، فولاد کششی به تغییرشکل متناظر با مقاومت تسلیم برسد.
۴) هیچ‌کدام

۱۳- تغییرشکل نهایی کدام‌یک از دو قطعهٔ خمشی مشابه (از نظر ابعاد و جنس بتن و مساحت فولادها) که به طور مشابه بارگذاری شده و شکست نرم دارند، ولی یکی با فولاد *AII* و دیگری با فولاد *AIII* مسلح شده است، بیشتر است؟ (سراسری ۷۲)

۱) تغییرشکل‌های دو قطعه فرقی با هم ندارند.
۲) تغییرشکل قطعهٔ مسلح شده با فولاد *AII* بیشتر است.
۳) تغییرشکل قطعهٔ مسلح شده با فولاد *AIII* بیشتر است.
۴) در حالت کلی نمی‌توان پاسخ داد.

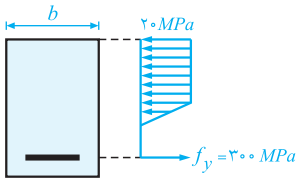
۱۴- در مورد گسیختگی کششی (شکل‌پذیر) تیرهای بتنی کدام‌یک از گزینه‌های زیر مناسب‌تر است؟

۱) قبل از رسیدن بتن به کرنش گسیختگی خود، فولاد کششی به حد گسیختگی می‌رسد. (سراسری ۷۴)
۲) کرنش گسیختگی فولاد و بتن تواماً در یک زمان اتفاق می‌افتد.
۳) فولاد کششی به حد جاری‌شدن (تسلیم) نمی‌رسد.
۴) قبل از رسیدن بتن به کرنش گسیختگی خود، فولاد کششی به حد جاری شدن می‌رسد.

۱۵- وقتی که بارهای حداکثر سرویس (بهره‌برداری) به یک تیر بتن‌آرمه وارد می‌شود، لنگر حداکثر ایجاد شده در تیر: (سراسری ۷۴)

۱) بیشتر از لنگر ترک خوردگی است.
۲) کمتر از لنگر ترک خوردگی است.
۳) خیلی کمتر از لنگر ترک خوردگی است.
۴) برابر لنگر ترک خوردگی است.

۱۶- در یک مقطع مستطیلی بتن‌آرمه متعادل با فولاد کششی تنها، توزیع تنش فشاری بتن به صورت ذوزنقه‌ای با حداکثر مقدار تنش ۲۰ *MPa* مطابق شکل می‌باشد. اگر سطح مقطع فولاد کششی دو برابر و عرض مقطع نیز دو برابر شود، مقاومت خمشی مقطع: (سراسری ۷۵)



۱) چهار برابر خواهد شد.
۲) سه برابر خواهد شد.
۳) دو برابر خواهد شد.
۴) به نسبت $\frac{d}{b}$ تغییر خواهد کرد.

۴- (۲)

با کاهش عرض مقطع، نیروی قابل تحمل در ناحیهٔ فشاری کاهش یافته و در نتیجه مقطع لنگر کمتری را تحمل می‌کند. برای ثابت ماندن ظرفیت خمشی مقطع و با توجه به اینکه در رابطهٔ M_r تنها پارامتر a می‌تواند تغییر کند، باید f_c را به‌گونه‌ای تغییر داد که حاصلضرب $f_c \times b$ مقدار ثابتی شود:

$$M_r = \phi_s\, f_y\, A_s\,(d - \frac{a}{۲})$$

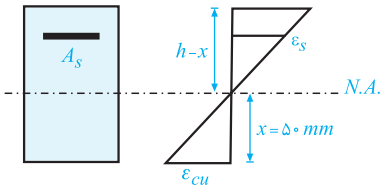
$$M_{r_۱} = M_{r_۲} \;\Rightarrow\; a_۱ = a_۲ \;\Rightarrow\; \frac{\phi_s\, f_y\, A_s}{۰/۸۵\,\phi_c\, f_{c_۱}\, b_۱} = \frac{\phi_s\, f_y\, A_s}{۰/۸۵\,\phi_c\, f_{c_۲}\, b_۲}$$

$$f_{c_۱} b_۱ = f_{c_۲} b_۲ \xrightarrow[b\text{، ۲۰ درصد کاهش می‌یابد.}]{b_۲ = ۰/۸ b_۱} f_{c_۱} b_۱ = f_{c_۲} \times ۰/۸ b_۱ \;\Rightarrow\; f_{c_۲} = \frac{۱۰}{۸} f_{c_۱} = ۱/۲۵ f_{c_۱}$$

بنابراین برای ثابت ماندن ظرفیت خمشی، مقاومت فشاری بتن باید ۲۵ درصد افزایش یابد.

۵- (۱)

با توجه به اینکه فولادگذاری در بالای تیر اجرا شده است، بنابراین مقطع تحت لنگر منفی قرار دارد. در ادامه با استفاده از تعادل نیروها داریم:



$$T = C \;\Rightarrow\; \phi_s\, f_y\, A_s = ۰/۸۵\,\phi_c\, f_c\, a b$$

$$\Rightarrow\; a = \frac{\phi_s\, f_y\, A_s}{۰/۸۵\,\phi_c\, f_c\, b} = \frac{۱ \times ۴۰۰ \times ۲۴۰۰}{۲۰ \times ۴۰۰} = ۱۲۰\ mm$$

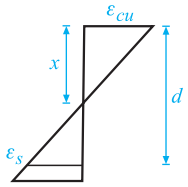
$$a = \beta_۱ x \;\Rightarrow\; x = \frac{a}{\beta_۱} = \frac{۱۲۰}{۰/۸} = ۱۵۰\ mm$$

بنابراین فاصله محور خنثی از بالای مقطع برابر است با: $h - x = ۶۵۰ - ۱۵۰ = ۵۰۰\ mm = ۵۰\ cm$

کمی تمرین: کرنش ایجاد شده در فولاد را در لحظهٔ نهایی به‌دست آورید.

۶- (۲)

با توجه به معلوم بودن مقدار کرنش‌ها، می‌توان با استفاده از نمودار توزیع کرنش، ارتفاع بلوک فشاری بتن را به‌دست آورد.



$$\varepsilon_s = \frac{۱}{۲}\varepsilon_{cu} = ۰/۰۰۱۵ < \varepsilon_y$$

$$\text{تشابه}: \; x = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_s} d = \frac{۰/۰۰۳}{۰/۰۰۳ + ۰/۰۰۱۵} \times ۴۵۰ = ۳۰۰\ mm$$

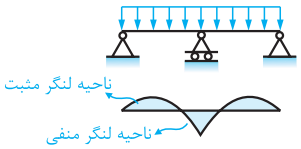
$$a = \beta_۱ x = ۰/۸ \times ۳۰۰ = ۲۴۰\ mm$$

حال با نوشتن تعادل نیروهای فشاری و کششی، عرض مقطع به‌دست می‌آید:

$$T = C \;\Rightarrow\; \phi_s\, f_s\, A_s = ۰/۸۵\,\phi_c\, f_c\, a b \;\;,\;\; f_s = E_s\, \varepsilon_s$$

$$b = \frac{\phi_s\, E_s\, \varepsilon_s\, A_s}{۰/۸۵\,\phi_c\, f_c\, a} = \frac{۰/۸۵ \times (۲ \times ۱۰^۵) \times ۰/۰۰۱۵ \times ۷۲۰۰}{۰/۸۵ \times ۰/۶ \times ۳۰ \times ۲۴۰} = ۵۰۰\ mm$$

۷- (۳)



با توجه به دیاگرام لنگر رسم شده در شکل روبه‌رو، در نواحی لنگر مثبت آرماتورها در پایین و در نواحی لنگر منفی آرماتورها در بالا باید قرار گیرند که این موضوع در گزینهٔ (۳) به درستی نشان داده شده است. شایان ذکر است که ضوابطی برای تعیین محل قطع آرماتورها نیز وجود دارد که در فصل طول مهاری آنها را بررسی می‌کنیم.

تذکر: در عمل برای پیوستگی بهتر تیر، مقداری از آرماتورهای مثبت که در پایین مقطع قرار گرفته‌اند تا روی تکیه‌گاه ادامه پیدا می‌کنند.

۸- (۱)

با توجه به قسمت قسمت (E-۱) از درسنامه، کاهش f_y و افزایش f_c هر دو باعث افزایش ρ_b شده و مقطع را شکل‌پذیرتر می‌کند.

۹- (۱)

با توجه به قسمت (A-۲) از درسنامه، گزینهٔ (۱) یکی از فرضیات اساسی در طراحی سازه‌های بتن‌آرمه است.

تذکر ۱: مقاومت فشاری بتن در حدود ۱۰ برابر مقاومت کششی آن است، ولی این موضوع جزء فرضیات خمش نمی‌باشد.

تذکر ۲: تنها تا زمانی که تنش کششی در بتن کمتر از f_r باشد، بتن ترک نمی‌خورد، ولی مقاطع بتنی قبل از رسیدن به لنگرهای نهایی همگی ترک می‌خورند.

تذکر ۳: کرنش حد الاستیک بتن معادل تنش $0.5\,f_c$ است که مقدار کوچکی دارد. کرنش ۰/۰۰۳ معادل کرنش لحظهٔ نهایی بتن است.

۱۰- (۳)

برای حل این سؤال باید مقدار آرماتور موجود در مقطع را با کمترین و بیشترین مقادیر مجاز آرماتور در مقطع مقایسه کرد.

$$\rho_{min} = max\left\{\frac{1/4}{f_y}\ ,\ \frac{0/25\sqrt{f_c}}{f_y}\right\} \qquad \rho_{max} = \rho_b = \frac{A_{sb}}{bd} \le 0/025$$

بنابراین در این مقطع داریم:

$$\rho_b = 0/85\,\beta_1\frac{\phi_c}{\phi_s}\frac{f_c}{f_y}\frac{600}{600+f_y} = 0/85\times 0/85\times\frac{0/6}{0/85}\times\frac{25}{250}\times\frac{600}{600+250} = 0/036$$

$$\rho_{max} = min\{\rho_b\ ,0/025\} = 0/025$$

$$\rho_{min} = max\left\{\frac{1/4}{250}\ ,\ \frac{0/25\sqrt{25}}{250}\right\} = max\,(0/0056\ ,\ 0/005) = 0/0056$$

$$A_s = 2\times\frac{\pi}{4}\times 12^2 \simeq 226\ mm^2 \ \Rightarrow\ \rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{226}{250\times 450} = 0/002 \ \Rightarrow\ \rho < \rho_{min}$$

در این تیر درصد فولاد موجود از ρ_{min} کمتر بوده و رفتار تیر مانند یک تیر بتنی غیرمسلح است؛ به این معنی که ترک‌خوردگی بتن و شکست مقطع همزمان اتفاق می‌افتد.