فهرست

فصل اول: مبانی هیدرولیک کانال‌های باز

بخش اول: تعاریف و مفاهیم اولیه هیدرولیک کانال‌های باز ۸

۱-۱-۱- مقدمه ۸

۱-۱-۲- تفاوت‌های جریان در لوله‌ها و کانال‌ها ۸

۱-۱-۳- انواع مقاطع و معرفی برخی از تأسیسات هیدرولیکی در کانال‌ها ۹

۱-۱-۴- مشخصات و تعاریف هندسی در کانال‌ها ۱۲

۱-۱-۵- طبقه‌بندی جریان‌های آزاد در کانال‌ها ۱۹

بخش دوم: توزیع فشار در کانال‌ها ۲۴

۱-۲-۱- مقدمه ۲۴

۱-۲-۲- محاسبهٔ فشار در کانال‌های با کف مسطح ۲۴

۱-۲-۳- محاسبهٔ فشار در کانال‌های با انحناء کف ۲۹

بخش سوم: معادلات اساسی حاکم بر جریان سیال در کانال‌های باز ۳۴

۱-۳-۱- مقدمه ۳۴

۱-۳-۲- معادلهٔ پیوستگی ۳۴

۱-۳-۳- معادلهٔ انرژی (رابطهٔ برنولی) ۳۶

۱-۳-۴- معادلهٔ اندازه حرکت ۴۰

بخش چهارم: بررسی امواج سطحی ۴۲

۱-۴-۱- مقدمه ۴۲

۱-۴-۲- خصوصیات امواج سطحی ۴۲

۱-۴-۳- تأثیر امواج سطحی در جریان‌های مختلف ۴۵

بخش پنجم: مطالب تکمیلی مبانی هیدرولیک کانال‌های باز ۵۰

۱-۵-۱- توزیع سرعت در کانال‌ها ۵۰

۱-۵-۲- مطالب تکمیلی امواج سطحی ۵۴

تست‌های فصل اول ۵۷

فصل دوم: کاربرد اصل انرژی و مفهوم انرژی مخصوص در کانال‌های باز

بخش اول: انرژی مخصوص، منحنی $E-y$ و خصوصیات جریان بحرانی ۸۲

۲-۱-۱- مقدمه ۸۲

۲-۱-۲- آشنایی با مفهوم انرژی مخصوص ۸۲

۲-۱-۳- بررسی منحنی $E-y$ و روابط اعماق متناوب ۸۷

۲-۱-۴- بررسی خصوصیات جریان بحرانی و محاسبهٔ عمق بحرانی (y_c) در انواع کانال‌ها ۹۲

بخش دوم: کاربرد مفهوم انرژی مخصوص در تحلیل برخی پدیده‌های هیدرولیکی ۹۸

۲-۲-۱- مقدمه ۹۸

۲-۲-۲- بررسی جریان عبوری از روی برآمدگی و فرورفتگی ۹۸

۲-۲-۳- بررسی جریان عبوری از محل تنگنا و باز شدگی ۱۰۲

۲-۲-۴- بررسی جریان در کانال‌ها در حضور چندین تغییر موضعی توأمان ۱۰۶

۲-۲-۵- بررسی پدیدهٔ انسداد و تحلیل جریان هنگام وقوع آن ۱۱۰

بخش سوم: مطالب تکمیلی کاربرد اصل انرژی و مفهوم انرژی مخصوص در کانال‌های باز ۱۲۶

۲-۳-۱- محاسبهٔ عمق بحرانی در انواع کانال‌ها با استفاده از منحنی‌های مربوطه ۱۲۶

۲-۳-۲- بررسی منحنی‌های $q-y$ ۱۲۷

تست‌های فصل دوم ۱۲۹

فصل سوم: کاربرد اصل اندازه حرکت و مفهوم نیروی مخصوص در کانال‌های باز

بخش اول: معرفی مفهوم نیروی مخصوص و منحنی $F-y$ ۱۶۴

۳-۱-۱- مقدمه ۱۶۴

۳-۱-۲- معرفی مفهوم نیروی مخصوص ۱۶۴

۳-۱-۳- منحنی $F-y$ و عمق‌های مزدوج ۱۶۷

۳-۱-۴- مقایسه‌ای بین مفاهیم انرژی مخصوص و نیروی مخصوص ۱۷۱

بخش دوم: تحلیل پدیده پرش هیدرولیکی ۱۷۳
۳-۲-۱- مقدمه ۱۷۳
۳-۲-۲- معرفی پرش هیدرولیکی ۱۷۳
۳-۲-۳- روابط حاکم بر پرش هیدرولیکی ۱۷۵
۳-۲-۴- تحلیل پرش هیدرولیکی با کمک منحنی $F - y$ ۱۷۹
بخش سوم: مطالب تکمیلی کاربرد اصل اندازه حرکت و مفهوم نیروی مخصوص در کانال‌های باز ۱۸۲
۳-۳-۱- مقایسهٔ کاربرد اصل انرژی و اصل اندازه حرکت در حل مسائل ۱۸۲
۳-۳-۲- راندمان پرش هیدرولیکی ۱۸۴
۳-۳-۳- پرش مستغرق در کانال‌ها ۱۸۵
تست‌های فصل سوم ۱۸۷

فصل چهارم: جریان‌های یکنواخت

بخش اول: تعاریف اولیه و محاسبات جریان یکنواخت ۲۰۶
۴-۱-۱- مقدمه ۲۰۶
۴-۱-۲- خصوصیات جریان یکنواخت ۲۰۶
۴-۱-۳- محاسبهٔ تنش برشی در جریان یکنواخت ۲۰۸
۴-۱-۴- محاسبات سرعت و دبی در جریان یکنواخت ۲۱۱
۴-۱-۵- مقایسهٔ روابط حاکم بر جریان یکنواخت و جریان متغیر تدریجی ۲۱۸
بخش دوم: محاسبه بهترین مقطع هیدرولیکی ۲۲۱
۴-۲-۱- مقدمه ۲۲۱
۴-۲-۲- اصول کلی طراحی بهینهٔ مقاطع هیدرولیکی ۲۲۱
۴-۲-۳- طراحی بهینهٔ انواع مقاطع هیدرولیکی ۲۲۲
بخش سوم: مطالب تکمیلی جریان‌های یکنواخت ۲۳۰
۴-۳-۱- ارتباط بین ضریب‌های ظاهر شده در رابطه‌های تجربی هیدرولیک ۲۳۰
۴-۳-۲- محاسبهٔ عمق نرمال با استفاده از رابطهٔ مانینگ ۲۳۱
تست‌های فصل چهارم ۲۳۵

فصل پنجم: جریان‌های متغیر تدریجی

بخش اول: مبانی جریان‌های متغیر تدریجی و نام‌گذاری آنها ۲۶۰
۵-۱-۱- مقدمه ۲۶۰
۵-۱-۲- تعاریف اولیه و نام‌گذاری پروفیل‌های متغیر تدریجی ۲۶۰
۵-۱-۳- معادلهٔ دینامیکی و خصوصیات انواع جریان‌های متغیر تدریجی ۲۷۰
بخش دوم: اصول ترسیم پروفیل‌های سطحی آب در شرایط مختلف ۲۷۸
۵-۲-۱- مقدمه ۲۷۸
۵-۲-۲- ترسیم پروفیل‌های سطحی در اتصال کانال‌ها با شیب‌های مختلف ۲۷۸
۵-۲-۳- ترسیم و تحلیل پروفیل‌های سطحی در حالت‌های خاص ۲۹۳
بخش سوم: مطالب تکمیلی جریان‌های متغیر تدریجی ۳۰۳
۵-۳-۱- ترسیم و تحلیل پروفیل‌های سطحی آب در کانال‌های افقی و معکوس ۳۰۳
۵-۳-۲- اتصال دو دریاچه (دو مخزن) توسط کانال با شیب ملایم ۳۰۷
۵-۳-۳- نقطهٔ کنترل ۳۰۹
۵-۳-۴- بررسی دقیق‌تر و اثبات معادلهٔ دینامیکی حاکم بر جریان‌های متغیر تدریجی ۳۱۰
۵-۳-۵- محاسبهٔ طول پروفیل‌های متغیر تدریجی ۳۱۱
تست‌های فصل پنجم ۳۱۳
آزمون‌های سراسری از سال ۱۳۹۴ به بعد **۳۴۹**

سخـن مؤلفان

هیدرولیک یکی از دروس مهم در رشتهٔ مهندسی عمران است که در ادامهٔ علم مکانیک سیالات مطرح می‌شود. این علم به‌صورت کاربردی به بررسی جریان در کانال‌ها و مجاری رو باز می‌پردازد که ضمن آن با پدیده‌های جالبی مثل پرش هیدرولیکی، انسـداد و ... آشـنا می‌شویم. بررسی تأسیسـات هیدرولیکی نظیر دریچه‌ها، شیب‌شـکن‌ها، سـرریزها، تبدیل‌ها و ... همچنین تأثیر آنها بر جریان نیز از دیگر موضوعات قابل توجه در هیدرولیک می‌باشد که باعث جذابیت این علم شده است.

ما در اولین کتاب درسـنامه محور هیدرولیک در سـری عمران سـعی کردیم تا با یک شیوهٔ آموزشی مناسب، جذابیت‌های این علم را به دانشـجویان معرفی کنیم. خوشـبختانه به یاری خداوند در این امر موفق بوده‌ایم به‌طوری‌که آن کتاب جزء پرفروش‌ترین کتاب‌های سری عمران بوده است. اما پس از گذشت سه سال از اولین چاپ آن کتاب، تصمیم گرفتیم تا تجربیات خود در این مدت را که حاصل تدریس در کلاس‌های کارشناسی ارشد متعدد و مطالعهٔ مراجع جدید و به روز دنیا می‌باشد، در قالب کتاب **نسل جدید هیدرولیک** به شما عزیزان ارائه کنیم. این کتاب حاصل یک سال تلاش بی‌وقفهٔ ما و سایر دوستان و همکارانمان در مؤسسه انتشاراتی سری عمران می‌باشد. کتابی که به جرأت مناسب‌ترین، روان‌ترین و منظم‌ترین نگارش را برای بیان و آموزش درس هیدرولیک دارد و شما با مطالعهٔ دقیق آن می‌توانید در آزمون کارشناسی ارشد، به سادگی و با خاطری آسوده به تمامی سؤالات درس هیدرولیک پاسخ دهید. زیرا:

- درسـنامهٔ تمامی فصل‌های این کتاب به نحوی نوشـته شـده اسـت که ضمن بیان مفاهیم اصلی و نکات مهم علم هیدرولیک، بسـیار روان می‌باشد. به‌طوری‌که با مطالعهٔ هر قسمت از آن برای خواندن ادامهٔ مطالب مشتاق‌تر می‌شوید.
- تمرین‌های متن درس به‌گونه‌ای طراحی و انتخاب شـده‌اند که یک روند آموزشـی را دنبال کنند و مطالعهٔ درسنامه را ساده‌تر نمایند.
- بـرای جلوگیری از اتلاف وقت مهندسـین عزیـز، از پرداختن به توضیحات اضافی و بعضاً کم کاربرد در کنکور، در متن درس خودداری شـده اسـت. البته این مطالب را در انتهای هر فصل و در قالب قسمتی به نام بخش تکمیلی آورده‌ایم تا در صورت نیاز آن را مطالعه کنید.
- تسـت‌های تألیفی و نیز تسـت‌های آزمون‌های سراسری سـال‌های گذشته که در انتهای هر فصل آمده‌اند مجموعه‌ای کامل از سؤالات استاندارد را فراهم می‌کنند و شما می‌توانید با حل آنها، بر مطالب خوانده شده در متن درس مسلط‌تر شوید.

در نگارش این اثر علیرغم تلاش مؤلفین، امکان اشـتباهات سـهوی وجود دارد. لذا از دوسـتان عزیز تقاضا می‌شود تا ما را در جهت رفع نقایص احتمالی این کتاب یاری نموده و در ضمن پیشنهادات و انتقادات خود را از طریق تالار گفتگوی سایت سری عمران به ما منتقل نمایند. در خاتمه نیز از مدیریت مؤسسه سری عمران جناب آقای دکتر شـریفیان و عوامل اجرایی مؤسسه جناب آقای احمد فرزانه و سرکار خانم طاهره نجفی که تمام تلاش خود را در جهت ارائه هر چه بهتر این مجموعه به کار گرفتند، تشـکر می‌کنیم. امید اسـت تلاش مؤلفین در جهت ارائه این کتاب، مورد قبول دانشجویان و مهندسین گرامی قرار گیرد.

ساسان امیرافشاری
حسین فراهانی

سری عمران

فصل دوم:

کاربرد اصل انرژی و مفهوم انرژی مخصوص در کانال‌های باز

مروری بر آنچه خواهیم خواند:

همانطور که در ابتدای فصل قبل نیز اشاره شد، جریان در کانال‌های باز نسبت به جریان در لوله‌های تحت فشار، دارای تفاوت‌های عمده‌ای بوده و تعداد پارامترهای متغیر در کانال‌ها، به مراتب بیشتر از لوله‌ها می‌باشد. از این‌رو در برخی موارد، لازم است تا برای مطالعهٔ جریان آب در یک کانال، علاوه بر روابط حاکم بر جریان سیال‌ها (پیوستگی، برنولی و اندازه حرکت)، از تعاریف دیگری نیز استفاده کنیم. در این فصل قصد داریم تا یکی از مهمترین مفاهیم جریان آب در کانال‌های روباز، یعنی مفهوم انرژی مخصوص را معرفی کرده و برخی از کاربردهای آن را در تحلیل جریان در کانال‌ها مشاهده نماییم. بخش‌های مختلف این فصل به شرح زیر می‌باشند:

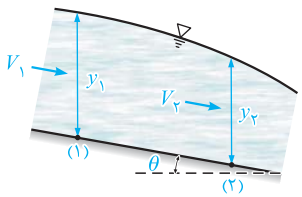
کاربرد اصل انرژی و مفهوم انرژی مخصوص در کانال‌های باز

- بخش اول: انرژی مخصوص، منحنی E-y و خصوصیات جریان بحرانی
- بخش دوم: کاربرد مفهوم انرژی مخصوص در تحلیل برخی پدیده‌های هیدرولیکی
- بخش سوم: مطالب تکمیلی کاربرد اصل انرژی و مفهوم انرژی مخصوص در کانال‌های باز

انتشارات سری عمران
www.serieomran.ir

فصل دوم: انرژی مخصوص، منحنی $E-y$ و خصوصیات جریان بحرانی

۲-۱-۱- مقدمه



در بخش سوم از فصل قبل، با قوانین و روابط حاکم بر جریان سیال در کانال‌ها آشنا شدیم که یکی از این روابط، معادلهٔ برنولی بود. همانطور که دیدیم این معادله بین دو نقطه در کف کانال، به شکل مقابل نوشته می‌شود:

$$z_1 + y_1 \cos^2\theta + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + y_2 \cos^2\theta + \frac{V_2^2}{2g} + \Delta H$$

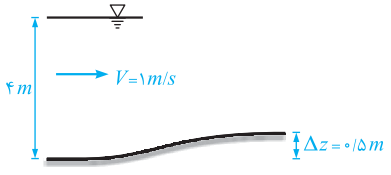
معادلهٔ فوق، کاربرد فراوانی در به‌دست آوردن پارامترهای مجهول (معمولاً y و V) در کانال‌ها دارد. ولی در برخی موارد، استفاده از این رابطه کافی نبوده و لازم است تا با شیوه‌ای دیگر، به بررسی مسئله بپردازیم. به همین سبب مفهومی به نام **انرژی مخصوص** تعریف می‌شود. در این بخش ابتدا به معرفی این مفهوم پرداخته و پس از آشنایی با منحنی‌های $E-y$، به جزئیات بیشتری از جریان بحرانی در کانال‌ها اشاره خواهیم نمود. قسمت‌های مختلف این بخش به شرح زیر می‌باشند:

انرژی مخصوص، منحنی E-y و خصوصیات جریان بحرانی ←
- آشنایی با مفهوم انرژی مخصوص
- بررسی منحنی E-y و روابط اعماق متناوب
- بررسی خصوصیات جریان بحرانی و محاسبهٔ عمق بحرانی (y_c) در انواع کانال‌ها

۲-۱-۲- آشنایی با مفهوم انرژی مخصوص

از مکانیک سیالات به‌خاطر داریم که در جریان‌های تحت فشار در لوله‌ها، با نوشتن رابطهٔ برنولی بین دو مقطع، مجهولات جریان (Q، P، V و ...) به‌سادگی به‌دست می‌آمدند. ولی در کانال‌ها تعیین مجهولات همیشه به همین سادگی نیست. به‌عبارت دیگر در برخی موارد، معادلات اساسی حاکم بر جریان سیال (پیوستگی، برنولی و اندازه حرکت)، به تنهایی قادر به حل مسائل و تعیین دقیق مجهولات جریان نمی‌باشند. تمرین صفحهٔ بعد، نمونه‌ای از این نوع مسائل را نشان می‌دهد.

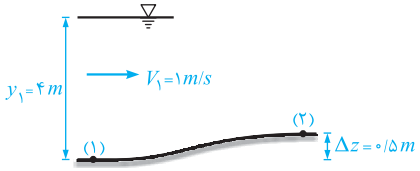
تمرین ۱: در یک کانال مستطیلی مطابق شکل زیر، در صورتی که کف کانال به تدریج به اندازهٔ Δz بالا آورده شود، رابطهٔ برنولی را نوشته و با صرف‌نظر کردن از تلفات، معادله‌ای برای تعیین عمق جریان بر روی برآمدگی، به‌دست آورید. سپس بررسی کنید که آیا می‌توان عمق دقیق جریان روی برآمدگی را مشخص نمود؟



زیر شاخه‌های بخش اول

۲-۱-۱- مقدمه
۲-۱-۲- آشنایی با مفهوم انرژی مخصوص
۲-۱-۳- بررسی منحنی $E-y$ و روابط اعماق متناوب
۲-۱-۴- بررسی خصوصیات جریان بحرانی و محاسبهٔ عمق بحرانی (y_c) در انواع کانال‌ها

حل: برای تعیین عمق جریان بر روی برآمدگی با استفاده از اصل انرژی، نقاط (۱) و (۲) را مطابق شکل، در کف کانال در نظر گرفته و رابطهٔ برنولی را بین این دو نقطه، می‌نویسیم:



$$z_1 + y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + \Delta H$$

$$\xrightarrow{\Delta H = ۰} \quad ۴ + \frac{۱^2}{۲\times ۱۰} = y_2 + \frac{V_2^2}{۲\times ۱۰} + \underbrace{(z_2 - z_1)}_{\Delta z = ۰/۵\,m}$$

$$\Rightarrow \quad y_2 + \frac{V_2^2}{۲۰} = ۳/۵۵$$

با نوشتن معادله پیوستگی بین مقاطع (۱) و (۲)، سرعت جریان در مقطع (۲) برحسب y_2 به‌دست می‌آید.

$$\text{ثابت } q = Vy \Rightarrow V_1 y_1 = V_2 y_2 \Rightarrow ۱\times ۴ = V_2 y_2 \Rightarrow V_2 = \frac{۴}{y_2}$$

با جایگذاری مقدار V_2 در معادلهٔ انرژی خواهیم داشت:

$$\begin{cases} y_2 + \dfrac{V_2^2}{۲۰} = ۳/۵۵ \\ V_2 = \dfrac{۴}{y_2} \end{cases} \Rightarrow \quad y_2 + \frac{۴^2}{۲۰ y_2^2} - ۳/۵۵ = ۰$$

با ضرب طرفین معادلهٔ فوق در مقدار y_2^2 رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$y_2^3 - ۳/۵۵ y_2^2 + ۰/۸ = ۰$$

در نهایت به یک معادلهٔ درجهٔ سه برحسب y_2 رسیدیم، این معادله دارای سه جواب می‌باشد که یکی از آنها منفی و غیر قابل قبول و دو جواب دیگر آن مثبت هستند.

البته واضح است حل چنین معادلهٔ درجهٔ سومی، اصولاً در درس هیدرولیک مورد سؤال قرار نمی‌گیرد! ولی اگر با روش‌های عددی، این معادله را حل کنیم، دو جواب مثبت آن $y_2 = ۰/۵۱\,m$ و $y_2 = ۳/۴۷\,m$ به‌دست می‌آیند.

حال به‌نظر شما کدام‌یک از این مقادیر معرف عمق جریان در مقطع (۲) می‌باشند؟

مشاهده می‌کنید که نمی‌توان با اطلاعات موجود، عمق دقیق جریان در مقطع (۲) را از بین دو مقدار به‌دست آمده، مشخص نمود و لازم است تا از ابزار و مفاهیم دیگری نیز کمک بگیریم.

مفهوم انرژی مخصوص

هرگاه بخواهیم تغییرات عمق جریان در کانالی را مورد مطالعه قرار داده و یا مقدار y را در مقطعی از کانال به‌دست آوریم، با مشکلی مشابه تمرین قبل مواجه خواهیم شد. به‌همین علت لازم است تا با استفاده از روش‌های دیگری، به مطالعهٔ عمق جریان و محاسبات آن بپردازیم.

بار دیگر رابطهٔ هِد کل جریان در یک مقطع را در نظر بگیرید:

$$H = z + y\cos^2\theta + \alpha\frac{V^2}{2g}$$

در رابطهٔ فوق جملات $y\cos^{۲}\theta$ و $\alpha\frac{V^{۲}}{۲g}$ * تابعی از عمق جریان در کانال می‌باشند. مجموع این دو جمله را به‌عنوان **انرژی مخصوص** یا **انرژی ویژه** تعریف کرده و آن را با E نمایش می‌دهیم:

$$E = y\cos^{۲}\theta + \alpha\frac{V^{۲}}{۲g} \qquad (۱-۲)$$

در قسمت‌های بعد خواهیم دید که چگونه این تعریف ساده، در تحلیل جریان در کانال‌ها به ما کمک نموده و عمق دقیق جریان را مشخص می‌کند. ولی ابتدا بیایید با برخی جزئیات این مفهوم جدید بیشتر آشنا شویم.

نکته ۱: در اغلب موارد ضریب α جریان برابر یک و شیب کف کانال $\theta \le ۶^{\circ}$ می‌باشد. در این صورت رابطهٔ انرژی مخصوص به فرم ساده‌تر زیر تبدیل می‌شود.

$$E = y\cos^{۲}\theta + \alpha\frac{V^{۲}}{۲g} \xrightarrow[\cos\theta \simeq ۱]{\alpha = ۱} E = y + \frac{V^{۲}}{۲g} \qquad (۲-۲)$$

نکته ۲: رابطهٔ (۲-۲) جهت محاسبهٔ انرژی مخصوص جریان در انواع مقاطع به‌کار می‌رود که در کانال با مقطع مستطیلی، می‌توان آن را برحسب دبی در واحد عرض (q) نیز نوشت:

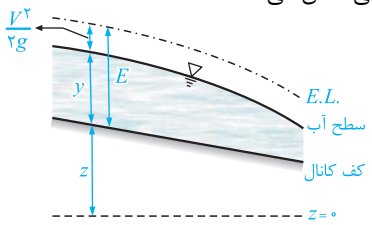
$$E = y + \frac{V^{۲}}{۲g} \xrightarrow[V=\frac{q}{y}]{\text{کانال مستطیلی}} E = y + \frac{q^{۲}}{۲gy^{۲}} \qquad (۳-۲)$$

نکته ۳: با توجه به مفهوم انرژی مخصوص، می‌توان رابطهٔ برنولی را به‌صورت زیر نیز نوشت:

$$z_{۱} + \underbrace{y_{۱} + \frac{V_{۱}^{۲}}{۲g}}_{E_{۱}} = z_{۲} + \underbrace{y_{۲} + \frac{V_{۲}^{۲}}{۲g}}_{E_{۲}} + \Delta H \Rightarrow z_{۱} + E_{۱} = z_{۲} + E_{۲} + \Delta H \qquad (۴-۲)$$

توجه کنید که انرژی کل جریان (H) فقط در اثر وجود تلفات در مسیر آب تغییر می‌کند (همواره تلفات، انرژی کل را کاهش می‌دهد.) ولی انرژی مخصوص جریان (E)، در اثر وجود تلفات و نیز تغییر تراز کف کانال (Δz)، می‌تواند تغییر کند (افزایش یا کاهش بیابد).

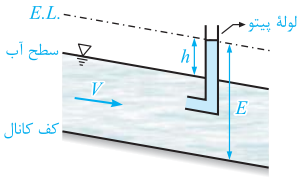
نکته ۴: پروفیل طولی جریان در کانالی مطابق شکل زیر را در نظر بگیرید که خط تراز انرژی کل $(E.L.)$ نیز روی آن مشخص شده است. با کمی دقت می‌توان مشاهده کرد که انرژی مخصوص در هر مقطع، فاصلهٔ بین کف کانال تا خط تراز انرژی $(E.L.)$ می‌باشد. شکل زیر این مطلب را به‌خوبی نشان می‌دهد.



* از آنجا که سرعت جریان تابعی از مساحت مقطع بوده و مساحت مقطع نیز تابعی از عمق جریان است، پس هد سرعت تابعی از عمق می‌باشد.

نکته ۵: در فصل قبل با نصب پیزومتر در مسیر جریان در کانال‌ها آشنا شدیم. حال اگر یک لولهٔ پیتو در مسیر جریان آب در کانالی نصب کنیم، از آنجاکه سطح آب در لولهٔ پیتو معرف تراز انرژی کل ($E.L.$) است می‌توان گفت:

۱) اگر شیب کانال کم باشد، اختلاف ارتفاع بین سطح آب در کانال و تراز آب در لولهٔ پیتو برابر هد سرعت مقطع خواهد بود. به‌عبارت دیگر می‌توان نوشت:



$$h = \frac{V^2}{2g}$$

۲) همانطور که در شکل نیز می‌بینید فاصلهٔ قائم کف کانال تا سطح آب در لولهٔ پیتو، برابر انرژی مخصوص مقطع می‌باشد.

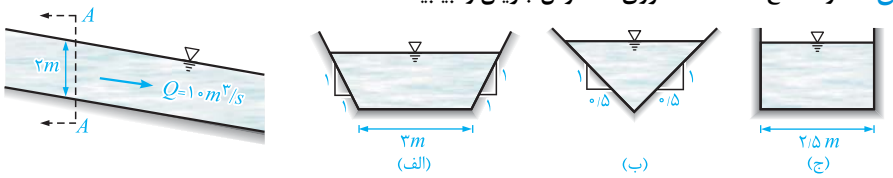
نکته ۶: در کانال‌های مستطیلی و مثلثی، رابطهٔ بین انرژی مخصوص هر مقطع با عدد فرود جریان در آن مقطع به‌صورت زیر به‌دست می‌آید.

$$E = y + \frac{V^2}{2g} \Rightarrow \frac{E}{y} = 1 + \frac{V^2}{2gy}$$

کانال مستطیلی: $\frac{V^2}{gy} = Fr^2 \Rightarrow \frac{E}{y} = 1 + \frac{1}{2}Fr^2$

کانال مثلثی: $\frac{V^2}{g\frac{y}{2}} = Fr^2 \Rightarrow \frac{E}{y} = 1 + \frac{1}{4}Fr^2$

تمرین ۲: در مقاطع داده شده، انرژی مخصوص جریان را بیابید.



حل: از رابطهٔ $E = y + \frac{V^2}{2g}$ استفاده کرده و انرژی مخصوص هر مقطع را به‌دست می‌آوریم.

الف) $V = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{by + zy^2} = \frac{10}{3\times2 + 1\times2^2} = 1\,m/s \Rightarrow E = 2 + \frac{1^2}{20} = 2/05\,m$

ب) $V = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{zy^2} = \frac{10}{0/5\times2^2} = 5\,m/s \Rightarrow E = 2 + \frac{5^2}{20} = 3/25\,m$

ج) $V = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{by} = \frac{10}{2/5\times2} = 2\,m/s \Rightarrow E = 2 + \frac{2^2}{20} = 2/2\,m$

توجه کنید که برای مقطع مستطیلی در قسمت (ج)، می‌توانستیم از رابطهٔ زیر نیز استفاده کنیم:

$$\begin{cases} E = y + \frac{q^2}{2gy^2} \\ q = \frac{Q}{b} = \frac{10}{2/5} = 4\,\frac{m^3/s}{m} \end{cases} \Rightarrow E = 2 + \frac{4^2}{2\times10\times2^2} = 2/2\,m$$

تمرین ۳: چنانچه در یک کانال عدد فرود جریان برابر ۰/۶ باشد، نسبت انرژی مخصوص مقطع بـه عمـق آن چقـدر است:

الف) اگر کانال مستطیلی باشد. **ب) اگر کانال مثلثی باشد.**

حل: طبق نکتهٔ شمارهٔ (۶) می‌نویسیم:

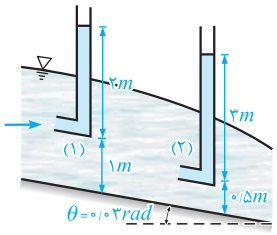
الف) کانال مستطیلی:

$$\frac{E}{y}=۱+\frac{۱}{۲}Fr^{۲}=۱+\frac{۱}{۲}\times ۰/۶^{۲}=۱/۱۸$$

ب) کانال مثلثی:

$$\frac{E}{y}=۱+\frac{۱}{۴}Fr^{۲}=۱+\frac{۱}{۴}\times ۰/۶^{۲}=۱/۰۹$$

تمرین ۴: در مسیر جریان آب در کانال شیب‌داری، در دو مقطع (۱) و (۲) به فاصلهٔ طولی ۵۰ متر از هم، دو لولهٔ پیتـو نصب شده است. با توجه به ارتفاع آب در لوله‌ها ، کدام عبارت صحیح است؟



۱) انرژی مخصوص و انرژی کل از (۱) تا (۲) به اندازهٔ $۰/۵\,m$ افزایش یافته‌اند.

۲) انرژی مخصوص $۰/۵\,m$ و انرژی کل $۱\,m$ کاهش یافته‌اند.

۳) انرژی مخصوص $۰/۵\,m$ افزایش و انرژی کل $۱\,m$ کاهش یافته است.

۴) انرژی مخصوص $۱\,m$ افزایش و انرژی کل $۱/۵\,m$ کاهش یافته است.

حل: می‌دانیم در هر مقطع فاصلهٔ کف کانال تا سطح آب در لولهٔ پیتو، برابر انرژی مخصوص آن مقطع می‌باشد.

$$E_۱=۲+۱=۳\,m \quad ، \quad E_۲=۳+۰/۵=۳/۵\,m$$

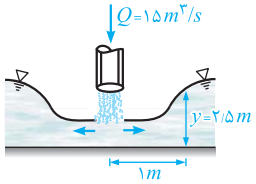
بنابراین انرژی مخصوص جریان (E) از مقطع (۱) تا (۲) به اندازهٔ ۰/۵ متر افزایش یافته است.

همچنین با استفاده از رابطهٔ برنولی برحسب انرژی‌های مخصوص، تلفات انرژی (ΔH) بـین دو مقطـع بـه‌دسـت می‌آید:

$$\begin{cases} z_۱+E_۱=z_۲+E_۲+\Delta H \\ z_۱-z_۲=L\times\theta=۵۰\times ۰/۰۳=۱/۵m \end{cases} \Rightarrow ۱/۵+۳=۳/۵+\Delta H \Rightarrow \Delta H=۱\,m$$

بنابراین مقدار انرژی کل (H) از مقطع (۱) تا مقطع (۲) به اندازهٔ $۱\,m$ کاهش یافته و بـدین ترتیـب گزینـهٔ (۳) پاسخ این سؤال می‌باشد.

تمرین ۵: ستون آب با دبی $۱۵\,m^{۳}/s$ بر روی یک سطح مسطح و بی‌نهایت سقوط کرده و آب به‌صورت شـعاعی روی سطح جاری می‌شود. اگر در فاصلهٔ $۱\,m$ از مرکز سقوط، عمق جریان شعاعی شکل گرفته تقریباً برابـر $۲/۵\,m$ باشـد، انرژی مخصوص در این مقطع چقدر است؟



حل: انرژی مخصوص در مقطع مذکور از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$E = y + \frac{V^2}{2g}$$

جهت به‌دست آوردن سرعت جریان از رابطهٔ $V = \frac{Q}{A}$ استفاده می‌کنیم. از آنجاکه جریان روی صفحهٔ افقی به‌صورت شعاعی حرکت می‌کند، A مساحت جانبی یک استوانهٔ فرضی به شعاع $R = 1\,m$ و ارتفاع $y = 2/5\,m$ می‌باشد که جریان در حال خروج از آن است.

$$A = 2\pi Ry = 2\times 3\times 1\times 2/5 = 15\,m^2 \Rightarrow V = \frac{Q}{A} = \frac{15}{15} = 1\,m/s$$

در نهایت مقدار E برابر می‌شود با:

$$E = y + \frac{V^2}{2g} = 2/5 + \frac{1^2}{20} = 2/55\,m$$

۲-۱-۳- بررسی منحنی $E-y$ و روابط اعماق متناوب

بار دیگر رابطهٔ انرژی مخصوص را در نظر بگیرید:

$$E = y + \frac{V^2}{2g}$$

با جایگذاری $V = \frac{Q}{A}$ در رابطهٔ فوق، می‌توان انرژی مخصوص را برحسب دبی و به‌صورت زیر نیز نوشت:

$$E = y + \frac{Q^2}{2gA^2}$$

از آنجاکه مساحت مقطع کانال به نوعی تابعی از عمق جریان (y) می‌باشد، می‌توان گفت به‌ازاء دبی Q ثابت، رابطهٔ به‌دست آمده به شکل $E = f(y)$ (بخوانید انرژی مخصوص تابعی از عمق جریان) خواهد بود. نمودار این تابع، **منحنی $E-y$** نامیده می‌شود که یکی از منحنی‌های پرکاربرد هیدرولیکی در تحلیل جریان در کانال‌ها می‌باشد. در ادامه ابتدا چگونگی ترسیم این منحنی را بررسی کرده و سپس به کاربردهای آن می‌پردازیم.

منحنی $E-y$ در دستگاه مختصاتی مطابق شکل مقابل ترسیم می‌شود. همانطور که می‌بینید برخلاف دستگاه‌های متداول در ریاضیات، محوری افقی این دستگاه مختصات معرف پارامتر تابع (E) و محور قائم آن معرف پارامتر متغیر (y) می‌باشد. علت انتخاب چنین دستگاه مختصاتی آن است که در کانال‌ها، y که معرف عمق جریان است در راستای قائم می‌باشد.

جهت ترسیم نمودار رابطهٔ $E = f(y)$ در دستگاه مختصات فوق، به مجانب‌ها و نیز نقطهٔ اکسترمم آن نیاز داریم که در ادامه این موارد را به‌دست می‌آوریم.

الف) مجانب‌های منحنی $E-y$: در دستگاه مختصات مذکور، این منحنی دارای دو مجانب، یکی افقی و یکی مایل می‌باشد.

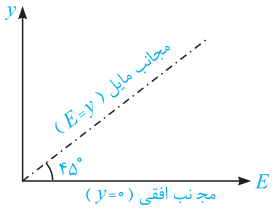
مجانب افقی در حالت حدی $y \to ۰$ به‌دست می‌آید که به ازاء آن $A \to ۰$ و خواهیم داشت:

$$\lim_{y \to ۰} E = \lim_{A \to ۰} y + \underbrace{\frac{Q^۲}{۲gA^۲}}_{\to \infty} = \infty \Rightarrow y = ۰ \quad \text{(مجانب افقی)}$$

مجانب مایل نیز از میل دادن $y \to \infty$ به‌دست می‌آید. در این‌صورت $A \to \infty$ شده و می‌توان نوشت:

$$\lim_{y \to \infty} E = \lim_{A \to \infty} y + \underbrace{\frac{Q^۲}{۲gA^۲}}_{\to ۰} = y \Rightarrow E = y \quad \text{(مجانب مایل)}$$

شکل زیر مجانب‌های به‌دست آمده را نشان می‌دهد.



ب) نقطهٔ اکسترمم: برای به‌دست آوردن اکسترمم تابع $E = f(y)$ و مشخص کردن عمق y متناظر با این نقطه، از رابطهٔ E نسبت به y مشتق گرفته و آن را برابر صفر قرار می‌دهیم.

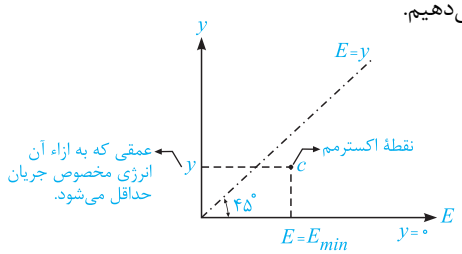
$$E = y + \frac{Q^۲}{۲gA^۲} \Rightarrow \frac{dE}{dy} = ۱ - \frac{Q^۲ \times \frac{dA}{dy}}{gA^۳} = ۰$$

در هیدرولیک کانال‌های باز، عبارت $\frac{dA}{dy}$ هر مقطع، برابر عرض سطح آزاد آن مقطع (T) می‌شود. لذا با جایگذاری $\frac{dA}{dy} = T$ خواهیم داشت:

$$۱ - \frac{Q^۲T}{gA^۳} = ۰ \Rightarrow \frac{Q^۲T}{gA^۳} = ۱$$

در معادلهٔ فوق، A و T تابعی از عمق مقطع (y) می‌باشند. بدین‌ترتیب با جایگذاری روابط A و T برحسب y، عمق متناظر با نقطهٔ اکسترمم منحنی (که به ازاء آن انرژی مخصوص جریان حداقل می‌شود) به‌دست می‌آید.*

شکل زیر محل تقریبی و شماتیک نقطهٔ اکسترمم منحنی $E - y$ را (در کنار مجانب‌های به‌دست آمده در قسمت قبل) نشان می‌دهد. این نقطه را با حرف c نمایش می‌دهیم.



* البته در برخی از مقاطع، معادلهٔ فوق برحسب y پیچیده بوده که برای حل آن از روش‌های سعی و خطا و یا نمودارهایی استفاده می‌شود.

کمی توضیح بیشتر

رابطهٔ $\frac{Q^2T}{gA^3}$ را می‌توان به‌صورت زیر نیز نوشت:

$$\frac{Q^2T}{gA^3}=\frac{(\frac{Q}{A})^2}{g\frac{A}{T}}=\frac{V^2}{gD}=Fr^2$$

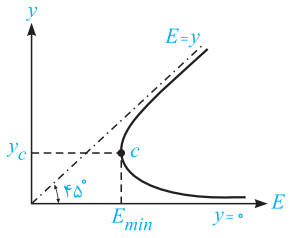
بنابراین به ازاء $\frac{Q^2T}{gA^3}=1$، $Fr^2=1$ به‌دست می‌آید. به‌عبارت دیگر $\frac{dE}{dy}$ هنگامی صفر می‌شود (اکسترمم تابع E هنگامی حاصل می‌شود) که عدد فرود جریان برابر یک شود، یعنی جریان بحرانی باشد. به عمق جریان در این حالت **عمق بحرانی** (*critical depth*) می‌گوییم و آن را با y_c نشان می‌دهیم. همچنین انرژی مخصوص در این مقطع، حداقل انرژی مخصوص جریان بوده و آن را با E_{min} (یا E_c) نمایش می‌دهیم. در قسمت بعد با چگونگی محاسبهٔ این پارامترها آشنا خواهید شد.

جمع‌بندی مطالب

بیایید نتایج به‌دست آمده از بحث فوق را به‌صورت خلاصه، جمع‌بندی و بررسی کرده و سپس منحنی $E-y$ را ترسیم کنیم. به ازاء دبی Q ثابت، رابطهٔ $E=y+\frac{Q^2}{2gA^2}$ به‌صورت $E=f(y)$ (بخوانید E تابعی از y) بیان می‌شود که تابع به‌دست آمده:

- دارای مجانب‌های افقی $y=0$ و مایل $E=y$ می‌باشد.
- دارای نقطهٔ اکسترمم با مشخصات $y=y_c$ و $E=E_{min}$ است که به ازاء شرایط بحرانی ($Fr=1$) به‌دست می‌آید.

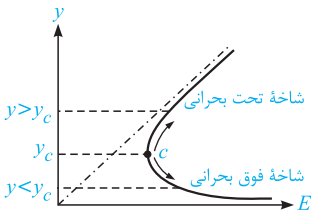
با استفاده از اطلاعات بسیار مهم به‌دست آمده در مورد مجانب‌ها و نقطهٔ اکسترمم تابع E، منحنی $E-y$ به‌صورت زیر ترسیم می‌شود.



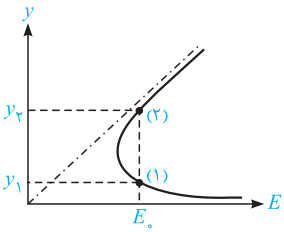
$$E=y+\frac{Q^2}{2gA^2}$$

در مورد منحنی $E-y$ ترسیم شده، می‌توان به نکات زیر اشاره نمود:

۱) نقطهٔ c که اکسترمم منحنی و نیز معرف جریان بحرانی است، منحنی $E-y$ را به دو ناحیه (دو شاخه) تقسیم می‌کند. شاخهٔ بالایی آن که مربوط به عمق‌های بزرگتر می‌باشد ($y>y_c$)، **شاخهٔ تحت بحرانی** و شاخهٔ پایینی که مربوط به عمق‌های کوچکتر است ($y<y_c$)، **شاخهٔ فوق بحرانی** نام دارد. در بخش بعد خواهیم دید که جهت تحلیل جریان در کانال‌ها، ابتدا لازم است تا تحت بحرانی یا فوق بحرانی بودن جریان را مشخص کنیم. سپس با استفاده از شاخهٔ مربوطه در منحنی $E-y$، به تحلیل جریان بپردازیم.



۲ نقـاط (۱) و (۲) را در منحنـی $E-y$ شـکل مقابـل در نظـر بگیریـد. همانطور که دیده می‌شود، انـرژی مخـصوص ایـن دو نقطـه از منحنـی یکسان بوده، ولی عمق آنها متفاوت است. به‌طوری‌که یکی معرف جریان فوق بحرانی ($y_۱$) و دیگری معرف جریان تحت بحرانی ($y_۲$) می‌باشد. به این دو عمق، **اعماق متناوب** گفته می‌شود. بنابراین برای هر عمقی از جریان، عمق متناوب دیگری وجود دارد کـه در رژیـم جریـان متفـاوت، انرژی مخصوص مشابهی خواهد داشت.



$\begin{cases} E_۱ = E_۲ = E_۰ \\ y_۱ \neq y_۲ \end{cases} \Rightarrow$ $y_۱$ و $y_۲$ عمق‌های متناوب هم هستند.

همچنین می‌توان رابطهٔ زیر را بین عمق‌های متناوب نوشت:

$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow y_۱ + \frac{V_۱^۲}{۲g} = y_۲ + \frac{V_۲^۲}{۲g}$$

تمرین ۶: در یک کانال مثلثی، اگر اعداد فرود متناظر با دو عمق متناوب، به‌ترتیب ۰/۴ و ۲ باشد، نسبت عمق‌هـای متناوب $(\frac{y_۲}{y_۱})$ چقدر است؟ $(y_۲ > y_۱)$

حل: می‌دانیم عمق‌های متناوب، انرژی مخصوص‌های برابر هم دارند $(E_۱ = E_۲)$. همچنین عمـق کمتـر $(y_۲)$ معرف جریان فوق بحرانی بوده و بنابراین $Fr_۲ = ۲$ می‌باشد. به‌همین ترتیـب عمـق بیـشتر $(y_۱)$ معـرف جریـان تحت بحرانی بوده و $Fr_۱ = ۰/۴$ است. حال از روابط $\frac{E}{y}$ در کانال مثلثی استفاده کرده و می‌نویسیم:

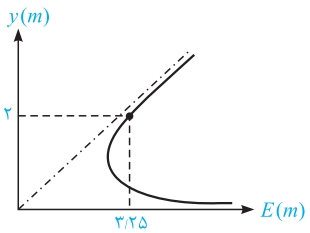
$$\begin{cases} \frac{E_۱}{y_۱} = ۱ + \frac{۱}{۴} Fr_۱^۲ = ۱ + \frac{۱}{۴} \times ۰/۴^۲ = ۱/۰۴ \\ \frac{E_۲}{y_۲} = ۱ + \frac{۱}{۴} Fr_۲^۲ = ۱ + \frac{۱}{۴} \times ۲^۲ = ۲ \end{cases} \xrightarrow[E_۱ = E_۲]{\text{از تقسیم دو رابطه بر هم}} \frac{y_۲}{y_۱} = \frac{۱/۰۴}{۲} = ۰/۵۷$$

کاربردهای محاسباتی منحنی $E-y$

بیایید با برخی از کاربردهای منحنی $E-y$ در محاسبات جریان در کانال‌ها (خصوصاً محاسبهٔ دبی) آشنا شویم.

با داشتن مشخصات E و y یک نقطه از منحنی $E-y$، می‌توان سرعت جریان در آن مقطع را محاسـبه کـرد. بدین‌ترتیب اگر مشخصات هندسی کانال را نیز داشته باشیم، دبی جریان در کانال به‌صـورت $Q = VA$ بـه‌دسـت می‌آید.

تمرین ۷: در جریان آب در یک کانال مثلثی روباز بـا ارتفـاع قـائم $۴\,m$ و شیب جدارهٔ ۱:۱، منحنی $E-y$ مقابل به‌دست آمده است. دبـی جریـان در کانال چند $m^۳/s$ است؟



حل: مختصات داده شده را در رابطهٔ انرژی مخصوص قرار می‌دهیم.

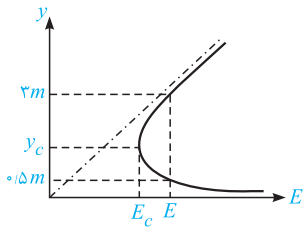
$$E = y + \frac{V^2}{2g} \Rightarrow 3/25 = 2 + \frac{V^2}{2\times 10} \Rightarrow V^2 = 25 \Rightarrow V = 5\ m/s$$

سرعت به‌دست آمده، سرعت جریان در نقطه با مختصات داده شده است. لذا عمق جریان در این مقطع $y = 2\ m$ می‌باشد. حال مقدار دبی در کانال را به‌صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$Q = VA = V \times (zy^2) = 5 \times (1 \times 2^2) = 20\ m^3/s$$

با داشتن دو عمق متناوب از جریان در یک کانال، می‌توان دبی را محاسبه نمود. برای این کار کافیست از رابطهٔ $E_1 = E_2$ که در مورد عمق‌های متناوب برقرار است، استفاده کنیم.

تمرین ۸: در یک کانال مستطیلی، منحنی انرژی مخصوص جریان مطابق شکل است. دبی در واحد عرض کانال چند متر مربع بر ثانیه است؟ (سراسری - ۹۱)



۱) $3\sqrt{\frac{g}{7}}$

۲) $3\sqrt{\frac{g}{14}}$

۳) $3\sqrt{\frac{g}{5}}$

۴) $\sqrt{\frac{6g}{7}}$

حل: در نمودار داده شده، $y_1 = 0/5\ m$ و $y_2 = 3\ m$ عمق‌های متناوب می‌باشند. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} E_1 = E_2 \\ E_{\text{کانال مستطیلی}} = y + \frac{q^2}{2gy^2} \end{cases} \xrightarrow{q \text{ ثابت}} y_1 + \frac{q^2}{2gy_1^2} = y_2 + \frac{q^2}{2gy_2^2}$$

$$\Rightarrow \frac{q^2}{2g}\left(\frac{1}{y_1^2} - \frac{1}{y_2^2}\right) = y_2 - y_1 \Rightarrow \frac{q^2}{2g}\left(\frac{y_2^2 - y_1^2}{y_1^2 y_2^2}\right) = y_2 - y_1$$

$$\Rightarrow \frac{q^2}{2g}\frac{(y_2 - y_1)(y_2 + y_1)}{y_1^2 y_2^2} = y_2 - y_1 \Rightarrow \frac{q^2}{2g} = \frac{y_1^2 y_2^2}{y_1 + y_2}$$

حال با جایگذاری $y_1 = 0/5\ m$ و $y_2 = 3\ m$ در رابطهٔ فوق، مقدار q قابل محاسبه خواهد بود.

$$\frac{q^2}{2g} = \frac{0/5^2 \times 3^2}{0/5 + 3} = \frac{1/5^2}{3/5} \Rightarrow q = 3\sqrt{\frac{g}{7}}\ \frac{m^3/s}{m}$$

تذکر: رابطهٔ به‌دست آمده در تمرین فوق، رابطه‌ای مهم بین اعماق متناوب در کانال مستطیلی می‌باشد که براساس آن می‌توان دبی در واحد عرض جریان را به‌دست آورد:

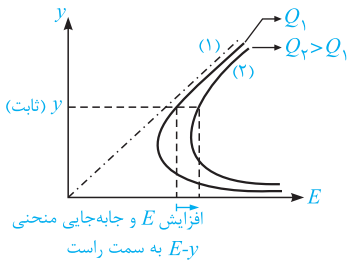
y_1 و y_2 عمق‌های متناوب در کانال مستطیلی $\Rightarrow \boxed{\frac{q^2}{2g} = \frac{y_1^2 y_2^2}{y_1 + y_2}}$ (۵-۲)

اثر تغییر دبی بر روی منحنی $E-y$

جهت ترسیم منحنی $E-y$ که براساس رابطهٔ انرژی مخصوص ($E=y+\frac{Q^2}{2gA^2}$) به‌دست آمد، دبی جریان ثابت در نظر گرفته شد. حال اگر دبی افزایش یا کاهش یابد، واضح است که انرژی مخصوص نیز تغییر کرده و منحنی $E-y$ جدیدی حاصل می‌شود.

با توجه به رابطهٔ انرژی مخصوص، به‌سادگی می‌توان دریافت که افزایش یا کاهش Q، چه تأثیری بر روی مقدار E دارد.

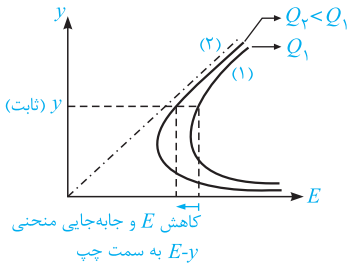
الف) اگر دبی افزایش یابد، به ازاء عمق ثابت، انرژی مخصوص نیز افزایش خواهد یافت.



$$E=y+\frac{Q^2}{2gA^2} \xrightarrow{Q\ \text{افزایش}} E\ \text{افزایش}$$

در این صورت منحنی $E-y$ جدیدی به‌دست می‌آید که در سمت راست منحنی $E-y$ اولیه قرار می‌گیرد.

ب) اگر دبی کاهش یابد، به ازاء عمق ثابت، انرژی مخصوص نیز کاهش خواهد یافت.



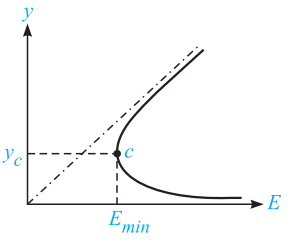
$$E=y+\frac{Q^2}{2gA^2} \xrightarrow{Q\ \text{کاهش}} E\ \text{کاهش}$$

در این‌صورت منحنی $E-y$ جدیدی حاصل می‌شود که نسبت به منحنی اولیه، به سمت چپ جابه‌جا شده است.

۲-۱-۴- بررسی خصوصیات جریان بحرانی و محاسبهٔ عمق بحرانی (y_c) در انواع کانال‌ها

همانطور که در معرفی منحنی $E-y$ گفته شد، نقطهٔ انتهایی این نمودار (نقطهٔ c در شکل)، یکی از مهمترین نقاط منحنی می‌باشد که لازم است شرایط و روابط آن مورد بررسی دقیق قرار بگیرند. در این قسمت قصد داریم به‌طور کامل به این موضوع بپردازیم.

از قسمت قبل به‌خاطر داریم که در نقطهٔ c، رابطهٔ زیر برقرار می‌باشد:

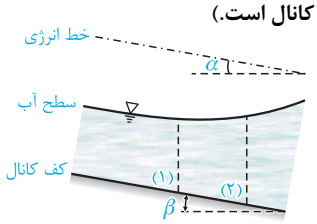


$$\frac{dE}{dy}=0 \Rightarrow Fr^2=\frac{Q^2T}{gA^3}=1$$

تست‌های فصل دوم

سؤالات تألیفی

۱- در کانال شکل زیر، اگر انرژی مخصوص و انرژی کل هر مقطع از جریان را به‌ترتیب با E_i و H_i نشان دهیم، در این صورت کدام گزینه صحیح است؟ ($\beta > \alpha$ و i معرف مقاطع مختلف در کانال است.)



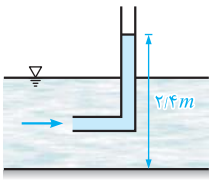
۱) $H_1 > H_2 \ , \ E_1 > E_2$

۲) $H_1 > H_2 \ , \ E_2 > E_1$

۳) $H_2 > H_1 \ , \ E_1 > E_2$

۴) $H_2 > H_1 \ , \ E_2 > E_1$

۲- مانومتری مطابق شکل در مسیر جریان آب در یک کانال مستطیلی افقی قرار گرفته است. اگر تراز سطح آب در مانومتر $۲/۴\,m$ بالاتر از کف کانال قرار گرفته باشد و دبی در واحد عرض جریان $۴\frac{m^3/s}{m}$ باشد، عمق‌های ممکن برای این مقطع از کانال از کدام معادله به‌دست می‌آیند؟



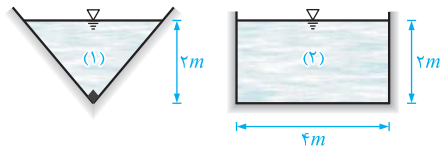
۱) عمق‌های ممکن، ریشه‌های مثبت معادلهٔ $y^3 - ۲/۴y^2 + ۰/۸ = ۰$ می‌باشند.

۲) عمق جریان، تنها ریشهٔ مثبت و کوچکتر معادلهٔ $y^3 - ۲/۴y^2 + ۰/۸ = ۰$ می‌باشد.

۳) عمق جریان، تنها ریشهٔ مثبت و بزرگتر معادلهٔ $y^3 - ۲/۴y^2 + ۰/۸ = ۰$ می‌باشد.

۴) هیچکدام

۳- دبی جریان در هر دو کانال شکل زیر با هم برابر است. اگر انرژی مخصوص جریان در مقطع (۱) برابر ۶ متر آب باشد، انرژی مخصوص جریان در مقطع (۲) معادل چند متر آب است؟



۱) ۲/۵

۲) ۲/۲۵

۳) ۳

۴) ۴

۴- عمق آب در بالادست و پایین‌دست یک دریچهٔ کشویی در کانال مستطیلی به ترتیب ۲ و ۰/۵ متر است. با صرف‌نظر کردن از افت انرژی، دبی جریان در واحد عرض برابر است با: $(g = ۱۰\,m/s^2)$

۱) $۳\sqrt{۲}$ ۲) $۴\sqrt{۳}$ ۳) ۲ ۴) $۲\sqrt{۲}$

۵- جریانی با انرژی مخصوص E و دبی در واحد عرض $\frac{E\sqrt{۶gE}}{۸}$ برقرار است. عدد فرود این جریان چقدر است؟

۱) $\sqrt{۶}$ ۲) $\sqrt{۳}$ ۳) $\sqrt{۲}$ ۴) ۲

۶- جریانی در یک کانال مثلثی با انرژی مخصوص E که نیمی از آن ناشی از هد فشار است، برقرار می‌باشد. عدد فرود این جریان چقدر است؟

۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۲) ۲ ۳) $\sqrt{۲}$ ۴) $۲\sqrt{۲}$

۷- کدام تعریف برای اعماق متناوب مناسب‌تر است؟

«دو عمق y_1 و y_2 را متناوب گویند هرگاه ..... »

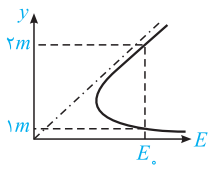
۱) به ازاء دبی یکسان، انرژی مخصوص برابر داشته باشند.

۲) هیچ مانعی بین مقاطع شکل‌گیری آنها قرار نداشته و به ازاء دبی یکسان، انرژی مخصوص برابر داشته باشند.

۳) به ازاء دبی یکسان، انرژی مخصوص برابر و عدد فرود متفاوت داشته باشند.

۴) انرژی مخصوص برابر و عدد فرود متفاوت داشته باشند.

۸- جریان آب در کانالی مثلثی با شب جدارهٔ $z = ۰/۵$ برقرار است. شدت جریان در این کانال Q است. اگر منحنی $E-y$ این جریان، مطابق شکل داده شده باشد، مقدار Q را با توجه به اطلاعات منحنی به‌دست آورید.



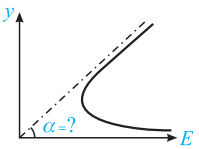
۱) $\frac{۲}{\sqrt{۳}}$

۲) $\frac{۴}{۳}$

۳) $۲\sqrt{۳}$

۴) $\frac{۴}{\sqrt{۳}}$

۹- شیب کف کانال در قسمتی از یک مجرای مستطیلی، قابل توجه و تقریباً برابر ۳۰° می‌باشد. در این‌صورت در منحنی $E-y$ رسم شده برای این قسمت از کانال، زاویهٔ مجانب مایل منحنی نسبت به محور E (محور افقی) چقدر است؟



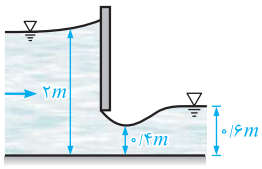
۱) ۶۰°

۲) ۳۰°

۳) ۳۷°

۴) ۵۳°

۱۰- آب از زیر یک دریچهٔ کشویی مطابق شکل زیر عبور می‌کند. دریچه در مسیر جریان آب در کانالی مستطیلی نصب شده است. تعیین کنید به ازاء چه عمقی از جریان، شاهد شکل‌گیری وضعیت بحرانی خواهیم بود؟ همچنین هد سرعت در این مقطع (با وضعیت بحرانی) معادل چند متر ارتفاع آب است؟ $(\sqrt[۳]{۱۵} \simeq ۲/۵)$



۱) $۰/۴\ m\ ,\ ۰/۸\ m$

۲) $۰/۶۴\ m\ ,\ ۰/۸\ m$

۳) $۰/۲\ m\ ,\ ۰/۴\ m$

۴) $۰/۱۶\ m\ ,\ ۰/۴\ m$

۱۱- در یک کانال مثلثی در وضعیت بحرانی، اگر عمق هیدرولیکی جریان را با D_c نشان دهیم، تعیین کنید هد سرعت در این حالت از کدام رابطه به‌دست می‌آید؟

۱) $\frac{۵}{۴}D_c$

۲) $\frac{۳}{۲}D_c$

۳) $\frac{۱}{۴}D_c$

۴) $\frac{۱}{۲}D_c$

۱۲- در یک کانال مستطیلی، عدد فرود برای عمق ۱ متر برابر ۸ است. مقدار انرژی مخصوص حداقل این جریان چند متر است؟

۱) ۴

۲) ۶

۳) ۹

۴) ۱۳/۵

۶۸- در کانال مثلثی شکلی با شیب جدارهٔ ۲ = z (۱ عمودی: ۲ افقی) جریان بحرانی است. انرژی مخصوص چقدر است؟ (سراسری - ۸۹)

۱) $E=\frac{۲}{۳}y_c$ ۲) $E=\frac{۴}{۵}y_c$ ۳) $E=\frac{۳}{۲}y_c$ ۴) $E=\frac{۵}{۴}y_c$

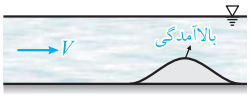
۶۹- در یک کانال مستطیلی، جریان به عمق $۲m$ و سرعت V جاری است. اگر عمق بحرانی جریان $۱m$ باشد، حداکثر بالاآمدگی کف کانال که پدیده انسداد اتفاق نیافتد چند متر است؟ (سراسری - ۹۰)

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۵}{۱۶}$
۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۵}{۸}$

۷۰- در یک کانال ذوزنقه‌ای در حالتی که رژیم جریان بحرانی باشد، چه رابطه‌ای بین انرژی مخصوص بحرانی و عمق بحرانی وجود دارد؟ (سراسری - ۹۰)

۱) $E_c<\frac{۳}{۲}y_c$ ۲) $E_c\geq\frac{۳}{۲}y_c$ ۳) $E_c=\frac{۳}{۲}y_c$ ۴) $E_c>\frac{۳}{۲}y_c$

۷۱- در یک کانال افقی جریان آب از روی یک برآمدگی نرم عبور می‌کند. در صورتی که رژیم جریان در کانال به ترتیب زیربحرانی و فوق‌بحرانی باشد، تراز سطح آب در بالای محل برآمدگی نسبت به حالت قبل از وجود برآمدگی به ترتیب چگونه است؟ (سراسری - ۹۰)

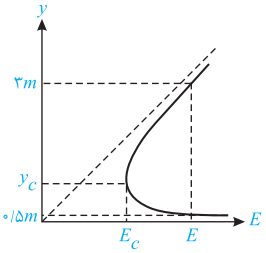


۱) بالاتر، بالاتر ۲) بالاتر، پایین‌تر
۳) پایین‌تر، بالاتر ۴) پایین‌تر، پایین‌تر

۷۲- در یک کانال مستطیلی به عرض ۴ متر، حداقل انرژی مخصوص جریان ۳ متر است. مقدار حداکثر دبی جریان در این کانال چقدر است؟ (g شتاب ثقل است.) (سراسری - ۹۰)

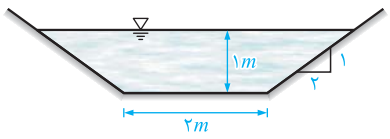
۱) $۴\sqrt{g}$ ۲) $۸\sqrt{g}$ ۳) $۴\sqrt{۲g}$ ۴) $۸\sqrt{۲g}$

۷۳- در یک کانال مستطیلی، منحنی انرژی مخصوص مطابق شکل است. دبی واحد عرض کانال q چند متر مربع بر ثانیه است؟ (سراسری - ۹۱)



۱) $۳\sqrt{\frac{g}{۷}}$ ۲) $۳\sqrt{\frac{g}{۱۴}}$
۳) $۳\sqrt{\frac{g}{۵}}$ ۴) $\sqrt{\frac{۶g}{۷}}$

۷۴- مطابق شکل یک کانال ذوزنقه‌ای جریان آب با سرعت $\frac{\sqrt{g}}{۲}$ متر بر ثانیه را حمل می‌کند. این کانال در ادامه مسیر به یک کانال مستطیلی به عرض ۲ متر برخورد می‌کند. اگر از یک تبدیل ملایم و بدون افت انرژی برای اتصال دو کانال استفاده شده باشد، برای ورود جریان آب به کانال مستطیلی بدون ایجاد انسداد جریان، کف کانال مستطیلی نسبت به کف کانال ذوزنقه‌ای چقدر اختلاف دارد؟ (g شتاب ثقل است.) (سراسری - ۹۱)



۱) ۱۲/۵ سانتی‌متر و بالاتر
۲) همتراز
۳) ۲۵ سانتی‌متر و پایین‌تر
۴) ۳۷/۵ سانتی متر و پایین‌تر

پاسخ تست‌های فصل دوم

۱- (۲)

می‌دانیم انرژی کل همواره در حال کاهش است (به علت وجود افت)، بنابراین $H_1 > H_2$ می‌باشد. از طرفی انرژی مخصوص (E) برابر فاصلهٔ کف کانال تا خط انرژی $(E.L)$ می‌باشد. از آنجا که $\beta > \alpha$ در نظر گرفته شده است، این فاصله در جهت جریان در حال افزایش بوده، بنابراین $E_2 > E_1$ است.

۲- (۱)

فاصلهٔ سطح آب در لولهٔ پیتو تا کف کانال برابر انرژی مخصوص جریان می‌باشد. بنابراین می‌توان نوشت:

$$E = y + \frac{q^2}{2gy^2} \Rightarrow 2/4 = y + \frac{4^2}{2\times 10\times y^2} \Rightarrow y^3 - 2/4y^2 + 0/8 = 0$$

ریشه‌های مثبت معادلهٔ فوق، اعماق ممکن برای جریان مذکور می‌باشند. توجه کنید که با اطلاعات داده شده، رژیم جریان نامعلوم بوده و نمی‌توان عمق دقیق جریان را مشخص نمود.

۳- (۳)

$$E_1 = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} \Rightarrow 6 = 2 + \frac{V_1^2}{2\times 10} \Rightarrow V_1 = 4\sqrt{5}\ m/s$$

همچنین با توجه به برابری دبی دو کانال داریم:

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow V_1A_1 = V_2A_2 \Rightarrow 4\sqrt{5}\times(1\times 2^2) = V_2\times 2\times 4 \Rightarrow V_2 = 2\sqrt{5}\ m/s$$

بنابراین انرژی مخصوص جریان در مقطع (۲) برابر است با:

$$E_2 = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} = 2 + \frac{(2\sqrt{5})^2}{2\times 10} = 3\ m$$

۴- (۴)

جهت محاسبه دبی جریان، رابطهٔ انرژی را بین دو مقطع در بالادست و پایین‌دست دریچه می‌نویسیم. فرض می‌کنیم افت انرژی (ΔH) صفر می‌باشد.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow y_1 + \frac{q^2}{2gy_1^2} = y_2 + \frac{q^2}{2gy_2^2}$$

$$\xrightarrow[y_2 = 0/5\ m]{y_1 = 2\ m} 2 + \frac{q^2}{2\times 10\times 2^2} = 0/5 + \frac{q^2}{2\times 10\times 0/5^2} \Rightarrow q = 2\sqrt{2}\ \frac{m^3/s}{m}$$

توجه: برای محاسبهٔ q می‌توانستیم از رابطهٔ به‌دست آمده در تمرین (۸) نیز استفاده کنیم.

۵- (۱)

می‌دانیم رابطهٔ بین انرژی مخصوص (E) و عدد فرود (Fr) در یک کانال مستطیلی به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{E}{y} = 1 + \frac{1}{2}Fr^2$$

در ادامه مقدار $(\frac{E}{y})$ را با استفاده از رابطهٔ انرژی مخصوص به‌دست می‌آوریم.

$$E = y + \frac{q^2}{2gy^2} \Rightarrow E = y + \frac{(\frac{E\sqrt{6gE}}{8})^2}{2gy^2}$$

$$\Rightarrow E = y + \frac{3}{64}\frac{E^3}{y^2} \Rightarrow \frac{E}{y} = 1 + \frac{3}{64}(\frac{E}{y})^3 \Rightarrow \frac{E}{y} = 4$$

با جایگذاری مقدار $\frac{E}{y}$ در رابطهٔ عدد فرود، خواهیم داشت:

$$\frac{E}{y} = 1 + \frac{1}{2}Fr^2 \Rightarrow 4 = 1 + \frac{1}{2}Fr^2 \Rightarrow Fr = \sqrt{6}$$

۶- (۲)

$$\begin{cases} \frac{E}{y} = 1 + \frac{1}{4}Fr^2 \\ y = \frac{E}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{E}{\frac{E}{2}} = 1 + \frac{1}{4}Fr^2 \Rightarrow Fr^2 = 4 \Rightarrow Fr = 2$$

۷- (۳)

همانگونه که در قسمت (۲-۱-۳) اشاره شد، عمق‌های y_1 و y_2 هنگامی اعماق متناوب هم می‌باشند که دبی جریان ثابت بوده و انرژی مخصوص در هر دو مقطع یکسان باشد. همچنین وضعیت جریان در یکی از مقاطع فوق‌بحرانی و در مقطع دیگر تحت‌بحرانی باشد.

۸- (۴)

عمق‌های $y_1 = 2\,m$ و $y_2 = 1\,m$، اعماق متناوب هم می‌باشند. چراکه $E_1 = E_2 = E_0$ بوده و یکی از عمق‌ها معرف جریان تحت بحرانی و دیگری معرف جریان فوق بحرانی است. لذا داریم:

$$y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = y_2 + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$V = \frac{Q}{A} \Rightarrow \begin{cases} V_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{Q}{zy_1^2} = \frac{Q}{0/5\times 2^2} = \frac{Q}{2} \\ V_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{Q}{0/5\times 1^2} = 2Q \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2 + \frac{(\frac{Q}{2})^2}{20} = 1 + \frac{(2Q)^2}{20} \Rightarrow \frac{15Q^2}{80} = 1 \Rightarrow Q = \sqrt{\frac{80}{15}} = \frac{4}{\sqrt{3}}\,m^3/s$$

۹- (۴)

هرگاه شیب کف کانال قابل ملاحظه باشد، رابطهٔ انرژی مخصوص به‌صورت زیر خواهد بود:

$$E = y\cos^2\theta + \frac{V^2}{2g}$$

(۱) -۷۰

می‌دانیم در وضعیت بحرانی، انرژی مخصوص حداقل برابر است با: $E_c = y_c + \frac{۱}{۲}D_c$

از طرفی عمق هیدرولیکی بحرانی (D_c) در کانال ذوزنقه‌ای به صورت زیر به دست می‌آید:

$$D_c = (\frac{A}{T})_c = \frac{y_c(b+z\,y_c)}{b+۲z\,y_c} = \left[\frac{b+z\,y_c}{b+۲z\,y_c}\right] y_c$$

ضریب y_c در عبارت بالا کوچکتر از (۱) است، بنابراین خواهیم داشت:

$$\begin{cases} E_c = y_c + \frac{۱}{۲}D_c \\ D_c = \frac{b+z\,y_c}{b+۲z\,y_c} y_c < y_c \end{cases} \Rightarrow E_c < \frac{۳}{۲}y_c$$

(۳) -۷۱

به تمرین (۲۰) مراجعه شود.

(۴) -۷۲

حداکثر دبی جریان در وضعیت بحرانی ایجاد می‌شود. بنابراین می‌نویسیم:

$$E_{min} = \frac{۳}{۲}y_c \Rightarrow ۳ = \frac{۳}{۲}y_c \Rightarrow y_c = ۲\,m \Rightarrow (\frac{q^۲}{g})^{\frac{۱}{۳}} = ۲ \Rightarrow q = ۲\sqrt{۲g}\ \frac{m^۳/s}{m}$$

$$Q_{max} = qb = ۲\sqrt{۲g} \times ۴ = ۸\sqrt{۲g}\ m^۳/s$$

(۱) -۷۳

به تمرین (۸) مراجعه شود.

(۴) -۷۴

به تمرین (۳۹) مراجعه شود.

(۱) -۷۵

به تمرین (۲۷) مراجعه شود.

(۳) -۷۶

با توجه به گزینه‌ها، واضح است که کف کانال مثلثی باید نسبت به کانال مستطیلی پایین‌تر برود! بنابراین اصل انرژی بین مقطع (۱) در کانال مستطیلی و مقطع (۲) در کانال مثلثی به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$E_۱ = E_۲ - \Delta z + \Delta H$$

$$E_۱ = y_۱ + \frac{V_۱^۲}{۲g} = ۱ + \frac{(\sqrt{\frac{g}{۲}})^۲}{۲g} = ۱/۲۵\,m$$

$$E_۲ = E_{min\ \text{مثلثی}} = \frac{۵}{۴}y_c$$

$$y_c = (\frac{۲Q^۲}{g\,z^۲})^{\frac{۱}{۵}}\ ,\ Q = V_۱A_۱ = \sqrt{\frac{g}{۲}} \times ۱ \times ۱ = \sqrt{\frac{g}{۲}}$$

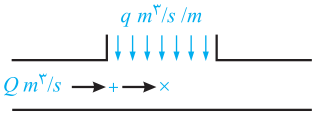
$$\Rightarrow y_c = (\frac{۲ \times (\sqrt{\frac{g}{۲}})^۲}{g \times ۱^۲})^{\frac{۱}{۵}} = ۱\,m \Rightarrow E_۲ = \frac{۵}{۴} \times ۱ = ۱/۲۵\,m$$

سوالات آزمون سراسری ۹۸

۱- در صورت کاهش تراز کف کانال در جریان فوق بحرانی، سطح آب چگونه تغییر می‌کند؟

۱) کاهش می‌یابد. ۲) افزایش می‌یابد. ۳) ثابت باقی می‌ماند. ۴) قابل پیش‌بینی نیست.

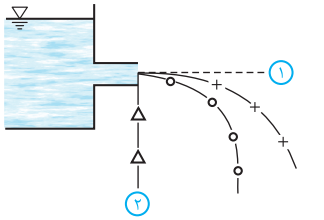
۲- جریان دائمی در کانالی برقرار است. برای طولی از این کانال، جریانی ثابت به میزان $q\ m^3/s/m$ افزوده می‌شود. معادلهٔ پیوستگی برای این کانال چگونه است؟



۱) $\frac{\partial Q}{\partial x} - q = 0$ ۲) $\frac{\partial Q}{\partial x} + q = 0$

۳) $\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0$ ۴) $\frac{\partial Q}{\partial x} = 0$

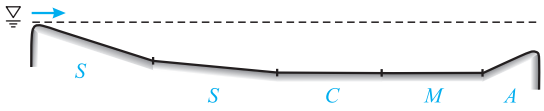
۳- اگر جریان خروجی مخزن از نقطهٔ ② به سمت نقطهٔ ① تمایل یابد، کدام گزینه صحیح است؟



حالت‌های مختلف جریان خروجی از مخزن

۱) عدد فرود (Fr) کاهش می‌یابد.
۲) عدد فرود (Fr) افزایش می‌یابد.
۳) عدد رینولدز (Re) کاهش می‌یابد.
۴) اعداد فرود (Fr) و رینولدز (Re) با یکدیگر برابر می‌شوند.

۴- در صورت طولانی بودن کانال‌ها مطابق شکل، پروفیل‌های تدریجی سطح آب از چپ به راست کدام است؟

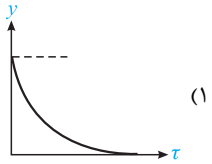


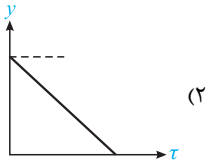
۱) S_2, S_1, C_1, M_1, A_2
۲) S_2, S_3, C_1, M_1, A_2
۳) $S_2, S_1, C_3, C_1, M_1, A_2$
۴) $S_2, S_3, C_3, C_1, M_1, A_2$

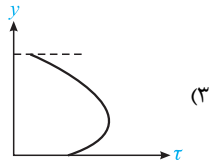
۵- در یک کانال مستطیلی، جریان آب به عمق $2\ m$ و با سرعت مشخصی برقرار است. اگر عمق بحرانی جریان یک متر باشد، حداکثر بالاآمدگی کف کانال برای اینکه پدیده انسداد رخ دهد چند متر است؟

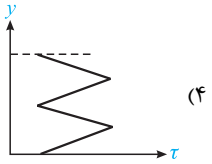
۱) ۰/۸۲۳ ۲) ۰/۶۲۵ ۳) ۰/۶۰ ۴) ۰/۵۹۴

۶- توزیع تنش برشی در جریان غیریکنواخت کندشونده در یک کانال باز به کدام شکل زیر است؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

$$\Rightarrow \quad \frac{۱۷}{۸}-\frac{۳}{۲}=\Delta Z_{cr} \quad \Rightarrow \quad \Delta Z_{cr}=\frac{۵}{۸}m=۰/۶۲۵\,m$$

توجه: این تست، همان تمرین (۳۰) از فصل دوم کتاب است که مربوط به کنکور سراسری ۹۰ می‌باشد و در سال ۹۸ عیناً تکرار شده است.

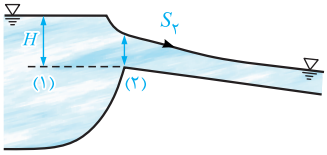
(۳) -۶

(۳) -۷

برای حل این تست ابتدا باید نوع شیب کانال را تعیین کنیم تا براساس مطالب گفته شده در حل تست (۴) ببینیم که جریان با چه عمقی وارد کانال می‌شود.

$$y_c=(\frac{q^۲}{g})^{\frac{۱}{۳}}=\left[\frac{(\frac{۱۵}{۵})^۲}{۱۰}\right]^{\frac{۱}{۳}}=(۰/۹)^{\frac{۱}{۳}}=۰/۹۷\,m>y_۰=۰/۷۵\,m$$

چون $y_۰<y_c$ است، بنابراین کانال از نوع S است و جریان با عمق بحرانی وارد کانال می‌شود. حال اگر معادلهٔ انرژی را بین نقاط (۱) و (۲) بنویسیم، خواهیم داشت:



$$\begin{cases} H+۰=y_۲+\frac{V_۲^۲}{۲g}=E_۲ \\ E_۲=E_c=\frac{۳}{۲}y_c \end{cases} \Rightarrow \quad H=\frac{۳}{۲}y_c=\frac{۳}{۲}\times ۰/۹۷=۱/۴۵\,m$$

(۲) -۸

ابتدا باتوجه به اطلاعات سؤال، به‌صورت زیر مقدار شعاع هیدرولیکی (R) را می‌یابیم:

$$Fr^۲=\frac{V^۲}{g\,y} \quad \Rightarrow \quad ۲^۲=\frac{V^۲}{۱۰\times ۰/۴} \quad \Rightarrow \quad V=۴\,m/s$$

$$Q=qb=Vyb \quad \Rightarrow \quad ۴/۸=۴\times ۰/۴\times b \quad \Rightarrow \quad b=۳\,m$$

$$R=\frac{A}{P}=\frac{by}{b+۲y}=\frac{۳\times ۰/۴}{۳+۲\times ۰/۴}=۰/۳۱۶\,m$$

حال در ادامه و باتوجه به فرمول محاسبهٔ تنش برشی که در فصل چهارم کتاب ارائه شده است، به‌صورت زیر تنش برشی متوسط روی جدارهٔ کانال را محاسبه می‌کنیم:

$$\tau=\gamma RS_۰=۱۰^۴\times ۰/۳۱۶\times ۰/۰۰۱=۳/۱۶\,m$$