۲ **تقسیم دو چندجمله‌ای:** برای بیان تقسیم دو چندجمله‌ای نیز، می‌توان مشابه با مفهوم ضرب عمل کرد. به‌همین منظور تقسیم زیر را درنظر بگیرید:

$$\frac{a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots}{b_0+b_1x+b_2x^2+\cdots}=c_0+c_1x+c_2x^2+\cdots \qquad (*)$$

با طرفین وسطین کردن رابطهٔ (*) مشابه با ضرب دو چندجمله‌ای، روابط زیر حاصل می‌شود که با کمک آنها می‌توان c_i را به‌دست آورد:

$$\begin{cases} a_0=b_0c_0 \\ a_1=b_1c_0+b_0c_1 \\ a_2=b_2c_0+b_1c_1+b_0c_2 \\ a_3=b_3c_0+b_2c_1+b_1c_2+b_0c_3 \end{cases}$$

این دو ایده در بسیاری از سؤالات که محاسبهٔ سری مک‌لورن نسبتاً دشوار است، بسیار راه‌گشا می‌باشد.

برای درک بهتر این موضوع، تمرین بعد را با هم بررسی می‌کنیم:

تمرین ۳۶: سه جملهٔ اول سری مک‌لورن سه تابع زیر را به‌دست آورید:

الف) $f(x)=e^x\sin x$ **ب)** $g(x)=\tan x$ **ج)** $h(x)=\sec x$ (آمار - ۷۸)

حل:

الف) برای محاسبهٔ سری مک‌لورن تابع $f(x)$، سری مک‌لورن e^x و $\sin x$ که آنها را به‌خاطر سپرده‌ایم، نوشته و در هم ضرب می‌کنیم:

$$f(x)=e^x.\sin x=(1+\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\cdots)(x-\frac{x^3}{3!}+\cdots)$$

چون در صورت سؤال سه جملهٔ اول از ما خواسته شده، کافیست مقادیر c_0 تا c_3 را به‌دست آوریم:

$$\begin{matrix} a_0=1\ ,\ a_1=1\ ,\ a_2=\frac{1}{2}\ ,\ a_3=\frac{1}{6} \\ b_0=0\ ,\ b_1=1\ ,\ b_2=0\ ,\ b_3=-\frac{1}{6} \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} c_0=0 \\ c_1=1+0=1 \\ c_2=0+1+0=1 \\ c_3=0+\frac{1}{2}+0-\frac{1}{6}=\frac{1}{3} \end{cases}$$

و درنتیجه سه جملهٔ اول سری مک‌لورن $e^x\sin x$ برابر است با:

$$f(x)=e^x\sin x\simeq 0+x+x^2+\frac{1}{3}x^3$$

ب) سری مک‌لورن تابع $\tan x$ را از تقسیم سری‌های مک‌لورن $\sin x$ به $\cos x$ به‌دست می‌آوریم. از آنجاکه $\tan x$ یک تابع فرد است، پس فقط جملات با توان فرد را در آن خواهیم دید و حتماً $c_0=c_2=c_4=\cdots=0$ است. با توجه به این موضوع می‌توان نوشت:

$$g(x)=\tan x=\frac{\sin x}{\cos x}=\frac{x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\cdots}{1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}-\cdots}=c_1x+c_3x^3+c_5x^5$$

$$\Rightarrow \frac{a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4x^4+a_5x^5}{b_0+b_1x+b_2x^2+b_3x^3+b_4x^4+b_5x^5}=c_1x+c_3x^3+c_5x^5\ ,\ (c_0=c_2=c_4=0)$$

$$\begin{cases} a_0=0, a_1=1, a_2=0, a_3=-\frac{1}{6}, a_4=0, a_5=\frac{1}{120}, \cdots \\ b_0=1, b_1=0, b_2=-\frac{1}{2}, b_3=0, b_4=\frac{1}{24}, b_5=0, \cdots \end{cases}$$