بِسْمِ اللهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِيمِ

سخن مدیر تألیف

سپاس خداوند متعال را که در سختی‌ها ما را تنها نگذاشته و به بندگان مخلص خود، توان دو چندان عنایت می‌کند. پروردگارا قدر الطاف تو را می‌دانیم و با تلاشی بیشتر از گذشته، سعی می‌کنیم تا منشأ تحولاتی مثبت باشیم.

سال‌هاست که همکاران عزیز ما در عرصه انتشار کتاب‌های دانشگاهی، خدمت به جوانان ایران‌زمین را سرلوحهٔ کار خود قرار داده‌اند. نشر و چاپ کتاب همواره با مشکلات و سختی‌های فراوان مواجه بوده و تنها اراده‌ای مستحکم وعزمی جزم، آن را امکان‌پذیر می‌سازد. انتشارات سیمای دانش یکی از مطرح‌ترین ناشرین کشور در زمینهٔ تولید و چاپ کتاب‌های دانشگاهی است که با مدیریت موفق جناب آقای مجتبی طالقانی گام‌های مؤثر و مستحکمی را در این عرصه برداشته است. پایبندی به اصول اخلاقی و حرفه‌ای، شناخت صحیح از نیازهای مخاطبین و همکاری با اساتید برجسته از ویژگی‌های این ناشر موفق است. از سوی دیگر گروه آموزشی جوان و فعال موسسهٔ سری عمران به مدیریت جناب آقای دکتر حسام شریفیان، با سابقه‌ای درخشان در زمینهٔ نشر کتب کم‌نقص و معتبر دانشگاهی، به‌عنوان یک قطب جدید و کاملاً موفق در مهندسی عمران در سالیان اخیر مطرح شده است. اهداف بلندمدت و منسجم این مؤسسه در زمینه نشر کتب مرجع، کتاب‌ها و کلاس‌های کاربرد نرم‌افزار در مهندسی عمران و همچنین فعالیت در کنکور کارشناسی ارشد، نویدبخش آینده‌ای درخشان و ایجاد فضایی متفاوت برای مهندسان عمران است. اگرچه کار گروهی و مشترک در میان ما مردمان ایران‌زمین رایج نمی‌باشد، اما این بار بر آن شدیم تا با همکاری سیمای دانش و سری عمران، ثابت کنیم که ما هم می‌توانیم. آنچه در این راستا برای ما پراهمیت بود، نتیجه کار و حاصلی بود که در اختیار دانشجویان عزیز قرار می‌گرفت که رضایت خاطر آن‌ها محل آرامش هر وجدان بیدار و متعهدی می‌باشد. دانشجویان ما لیاقت آن را دارند که با صرف کمترین زمان ممکن، بیشترین بهره را از مطالعه یک کتاب ببرند. دانشجوی ما باید کتابی کم‌نقص، پرمحتوا و شاید جذاب در کنار خود ببیند. دانشجویان ما سرمایه‌های آیندهٔ ایران هستند.

سخن مدیر تألیف

در همین راستا یک سری کامل از کتاب‌های کنکور کارشناسی ارشد رشته مهندسی عمران توسط انتشارات سیمای دانش و مؤسسه سری عمران تقدیم می‌گردد. این کتب حاصل تلاش بی‌وقفه افرادی متعهد و دلسوز است که کیفیت برتر را سرلوحهٔ کار خود قرار داده‌اند. کتاب مکانیک جامدات (در دو جلد مقاومت مصالح و تحلیل سازه‌ها)، کتاب دوجلدی مکانیک خاک و پی‌سازی، کتاب دوجلدی مکانیک سیالات و هیدرولیک، کتاب طراحی (در دو جلدِ سازه‌های فولادی و بتنی) و کتاب دوجلدی راهسازی و روسازی، حاصل تلاش ما در دروس تخصصی مهندسی عمران است.
از ویژگی‌های شاخص این کتاب‌ها می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

- شرح درس منسجم و قوی
- ارائه تمرین‌های متنوع در تکمیل شرح درس
- تست‌های تألیفی جهت خودآزمایی و تسلط بیشتر
- طبقه‌بندی کلیهٔ سؤالات آزمون‌های کارشناسی ارشد عمران
- عدم نیاز به ماشین‌حساب در پاسخگویی به تمامی تمرین‌ها و تست‌های کتاب ازجمله سؤالات کنکور کارشناسی ارشد عمران در سالهای دور.

این مجموعه تقدیم می‌شود به تمام دانشجویان و مهندسان عمران در سراسر ایران عزیز. به امید روزی که آموزش علم نیز همچون خود علم در کشور عزیزمان ایران، مهم شمرده شود و عزیزان آشنا به این مقوله، فارغ از انگیزه‌های مادی به جوانان این مرز و بوم خدمت کنند.

ساسان امیرافشاری

فهرست مطالب

فصل اول: تنش و کرنش

درسنامه فصل اول ۷

تست‌های فصل اول ۵۸

فصل دوم: تغییر شکل‌های محوری در اعضاء

درسنامه فصل دوم ۱۰۹

تست‌های فصل دوم ۱۶۰

فصل سوم: پیچش

درسنامه فصل سوم ۲۴۳

تست‌های فصل سوم ۲۸۳

فصل چهارم: خمش الاستیک

درسنامه فصل چهارم ۳۳۱

تست‌های فصل چهارم ۳۹۶

فصل پنجم: بارگذاری عرضی

درسنامه فصل پنجم ۴۷۵

تست‌های فصل پنجم ۵۱۱

فصل ششم: ترکیب تنش‌ها در اعضای سازه و مخازن جدار نازک

درسنامه فصل ششم ۵۵۱

تست‌های فصل ششم ۵۶۸

مرور و جمع‌بندی مقاومت مصالح **۵۸۷**

سؤالات آزمون‌های کارشناسی ارشد و دکتری از سال ۹۵ به بعد **۶۴۱**

مقدمه

فصل تنش و کرنش از فصل‌های مفهومی، پایه‌ای و پرکاربرد در فصل‌های بعدی کتاب محسوب می‌شود. درک صحیح از مفاهیم این فصل، باعث درک صحیح از درس مقاومت مصالح می‌شود. این فصل را به دو قسمت کلی تقسیم می‌کنیم:

۱- مفاهیم تنش و کرنش: مسائل قابل طرح در این قسمت، در یکی از دسته‌های زیر قرار می‌گیرد:

* **دستهٔ اول: آشنایی با مفاهیم تنش نرمال و تنش برشی شامل:**
  ۱- محاسبهٔ تنش نرمال در اعضاء تحت نیروی محوری در حالات مختلف
  ۲- محاسبهٔ تنش برشی متوسط در مقطع اعضاء و پیچ‌ها
* **دستهٔ دوم: آشنایی با مفاهیم کرنش نرمال و کرنش برشی شامل:**
  ۱- آشنایی با قانون هوک و خاصیت پواسون
  ۲- محاسبهٔ کرنش نرمال در یک المان، در راستای x ، y و z در حالت کلی
  ۳- محاسبهٔ تغییر طول، تغییر سطح و تغییر حجم در یک المان و بررسی مسائل رایج در کنکور
  ۴- آشنایی با مفهوم کرنش برشی

۲- تبدیلات تنش و کرنش: مسائل قابل طرح در این قسمت در یکی از دسته‌های زیر قرار می‌گیرد:

* **دستهٔ سوم: بررسی تبدیلات تنش در یک المان شامل:**
  ۱- روابط محاسبهٔ تنش‌های قائم و برشی در یک المان دوبعدی و آشنایی با حالات خاص
  ۲- بررسی صفحات اصلی تنش و صفحات برش ماکزیمم در حالات دوبعدی
  ۳- روش ترسیمی دایرهٔ مور برای محاسبهٔ تنش برشی و نرمال در صفحات مختلف یک المان دوبعدی
  ۴- بررسی المان دوبعدی با وجوه مورب و المان تنش دوبعدی در حالت خاص با کمک دایرهٔ مور
  ۵- بررسی المان تنش سه‌بعدی در حالات خاص و دایرهٔ مور تنش سه‌بعدی

*** دستهٔ چهارم: بررسی تبدیلات کرنش در یک المان شامل:**

۱- بررسی تبدیلات کرنش در یک المان دوبعدی با کمک روابط و دایرهٔ مور

۲- بررسی تبدیلات کرنش در یک المان سه‌بعدی

در ادامه پس از یادگیری مفاهیم مورد نیاز، به بررسی دسته‌بندی ارائه شده در هر قسمت می‌پردازیم. دستهٔ دوم و دستهٔ سوم به طور نسبی از اهمیت بیشتری نسبت به سایر قسمت‌ها برخوردار می‌باشند.

قسمت اول: مفاهیم تنش و کرنش

۱-۱- مفاهیم اولیه

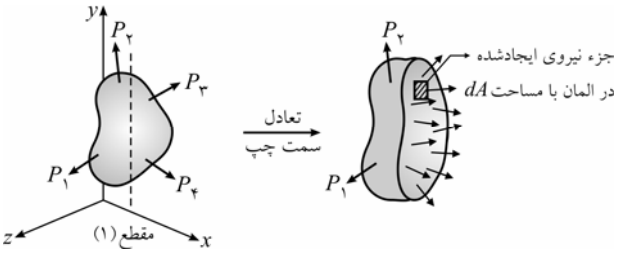
در روند طراحی یک سازه، درنگاه اول دو موضوع زیر باید توسط یک مهندس مدنظر قرار گیرد:

۱- شدت نیروهای ایجاد شده در عضو، نباید از مقدار مجاز بیشتر شود.

۲- تغییر شکل ایجاد شده در عضو، نباید از مقدار مجاز بیشتر شود.

برای بررسی این دو موضوع، نیاز است تا در یک درس مجزا به بررسی مفاهیمی با عنوان‌های **تنش** و **کرنش** بپردازیم. در درس مقاومت مصالح، تلاش می‌کنیم که تنش و کرنش ایجاد شده در عضو در اثر بارگذاری‌های مختلف را محاسبه کنیم. شایان ذکر است که این درس، پایه و اساس بسیاری از درس‌های طراحی در مهندسی عمران، مانند فولاد و بتن است.

۱-۲- آشنایی با مفهوم تنش

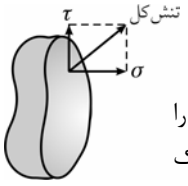


جسمی مطابق شکل روبه‌رو، تحت اثر نیروهای نشان داده شده قرار گرفته و در حال تعادل است. فرض کنید که در این جسم، مقطع (۱) را ایجاد کرده و تعادل سمت چپ آن را درنظر بگیریم:

برای ایجاد تعادل مقطع سمت چپ تحت اثر بارگذاری وارده، در هر یک از نقاط مقطع جزء نیروهایی ایجاد می‌شود که در درس مقاومت مصالح، به بررسی شدت این جزء نیروها برای هر نقطه پرداخته و آن را **تنش** می‌نامیم.

تذکر ۱: به مؤلفهٔ جزء نیرو عمود بر سطح، **تنش عمودی** یا **نرمال** می‌گویند و آن را با σ نشان می‌دهند.

تذکر ۲: به مؤلفهٔ جزء نیرو مماس بر سطح، **تنش برشی** یا **مماسی** می‌گویند و آن را با τ نشان می‌دهند.



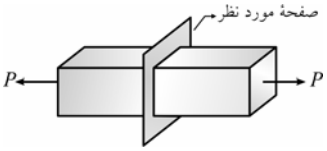
τ : تنش برشی یا مماسی

σ : تنش عمودی یا نرمال

برای محاسبهٔ تنش عمودی و تنش برشی، ابتدا با یک فرض ساده کننده، توزیع تنش را مشخص کرده و سپس با کمک معادلات تعادل مقدار تنش را محاسبه می‌کنیم. برای درک بهتر به ادامهٔ مطالب که با بررسی چند مثال، به محاسبهٔ مقدار تنش‌های برشی و نرمال می‌پردازد توجه شود.

۱-۲-۱- محاسبهٔ تنش نرمال در چند سازه تحت اثر نیروی محوری

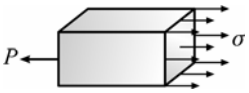
برای آشنایی با محاسبهٔ تنش نرمال و درک مفاهیم آن، به تمرین‌های زیر دقت شود.



تمرین ۱-۱: در شکل مقابل، یک میلهٔ منشوری با سطح مقطع ثابت A تحت اثر نیروی کششی P واقع در مرکز سطح میله قرار دارد. تنش کششی ایجاد شده در میله و در صفحهٔ نشان داده شده را به‌دست آورید.

حل: برای محاسبهٔ تنش، فرض می‌کنیم که تنش در محل صفحهٔ مورد نظر یکنواخت است (فرض ساده‌کننده).

با این فرض و با نوشتن معادلهٔ تعادل در راستای افق داریم:



$$\xrightarrow{+}\sum F_x = 0 \Rightarrow \sigma \times A - P = 0 \Rightarrow \sigma = \frac{P}{A}$$

σ: شدت نیرو در واحد سطح — A: مساحت اثر نیروی گستردهٔ سطحی

با توجه به این مثال، می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

۱- به طور کلی اگر نیروی محوری ایجاد شده در یک عضو منشوری (با سطح مقطع ثابت) برابر N باشد، مقدار تنش محوری ایجاد شده در عضو برابر است با:

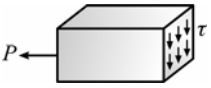
$$\sigma = \frac{N}{A} \qquad (۱-۱)$$

A: مساحت مقطع عضو N: نیروی محوری در هر مقطع

۲- در مقاومت مصالح، تنش نرمال کششی به صورت قراردادی دارای علامت مثبت و تنش نرمال فشاری دارای علامت منفی می‌باشد.

نیروی محوری فشاری $\Rightarrow \sigma < 0$, نیروی محوری کششی $\Rightarrow \sigma > 0$

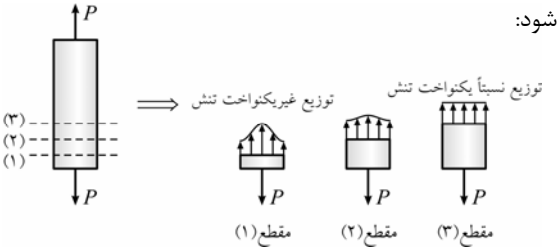
۳- ممکن است این سؤال مطرح شود که چرا در صفحهٔ قائم نشان داده شده، تنش برشی وجود ندارد. برای پاسخ دادن به این سؤال، ابتدا فرض می‌کنیم که تنش برشی τ در صفحهٔ مورد نظر حضور دارد و معادلهٔ تعادل نیروها در راستای قائم را بررسی می‌کنیم:



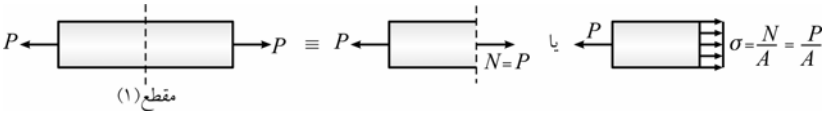
$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow -\tau \times A = 0 \Rightarrow \tau = 0$$

به عبارت دیگر می‌توان گفت با توجه به این‌که تحت اثر بارگذاری نشان داده شده نیروی برشی در صفحهٔ مورد نظر ایجاد نمی‌شود، تنش برشی نیز در آن صفر است.

۴- بر طبق اصل سن‌ونانت، اعتبار رابطهٔ (۱-۱) زمانی است که به اندازهٔ کافی از محل اثر نیرو دور شده باشیم. به عبارتی در نزدیکی محل اثر نیرو، توزیع تنش نرمال در مقطع یکنواخت نمی‌باشد. برای درک بهتر، به شکل زیر در مورد نحوهٔ توزیع تنش در مقطع توجه شود:



۵- برآیند تنش‌های ایجاد شده در هر مقطع، با نیروهای داخلی که در استاتیک محاسبه می‌شود، یکسان است. به طور مثال در شکل زیر، برآیند تنش‌های σ برابر نیروی محوری P بوده و مقدار نیروی محوری نیز با توجه به محاسبات استاتیک برابر P است.

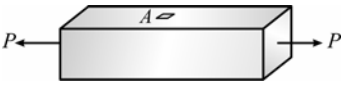


۶- همان‌گونه که مشاهده می‌شود، تنش از جنس نیرو بر سطح بوده و واحدهای رایج آن در مهندسی عمران عبارت است از:

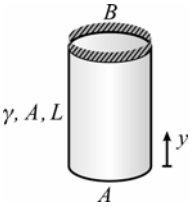
$$SI \text{ سیستم}: \ ۱\ \frac{N}{m^۲}=۱\ Pa \ , \ ۱\ \frac{N}{mm^۲}=۱۰^۶\ \frac{N}{m^۲}=۱\ MPa$$

$$MKS \text{ سیستم}: \ ۱\ kgf/cm^۲ \simeq ۰/۱\ MPa \ , \ ۱۰۰۰\ \ kgf/cm^۲ = ۱\ ton/cm^۲$$

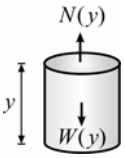
۷- به سطح آزاد و بدون بارگذاری اجسام، **سطح آزاد تنش** گفته می‌شود. در سطح آزاد تنش، مقادیر تنش برشی و نرمال صفر است. مثلاً تنش برشی و نرمال، در صفحهٔ نشان داده شده در A صفر است.



تمرین ۱-۷: در شکل مقابل، یک استوانهٔ منشوری با وزن مخصوص γ و مساحت مقطع A، از سقف آویزان است. تنش نرمال در فاصلهٔ y از انتهای آزاد استوانه را محاسبه کنید.



حل: در فاصلهٔ y از انتهای آزاد، نیروی محوری ایجاد شده با وزن قسمت هاشورخورده برابر است و می‌توان نوشت:



$$\begin{cases} \sum F_y = ۰ \ \Rightarrow \ N(y)=W(y) \\ W(y)=\gamma V(y)=\gamma A \times y \end{cases} \Rightarrow \ N(y)=\gamma A y$$

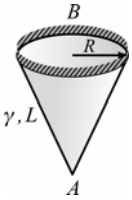
A: مساحت استوانه ← ، → y: ارتفاع قسمت هاشورخورده

و تنش در فاصلهٔ y از انتهای آزاد میله عبارت است از:

$$\sigma(y)=\frac{N(y)}{A}=\frac{\gamma A y}{A}=\gamma y$$

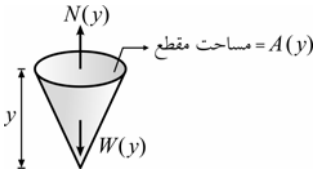
همان‌گونه که مشاهده می‌شود، در این تمرین بیشترین تنش در بزرگترین مقدار y یعنی در مقطع B رخ می‌دهد.

$$y_{max}=y_B=L \ \Rightarrow \ \sigma_{max}=\gamma L$$



تمرین ۱-۳: در شکل مقابل، یک مخروط که شعاع آن در بالاترین مقطع برابر R می‌باشد، تحت اثر وزن خود قرار دارد. بیشترین تنش نرمال ایجاد شده در مخروط را به‌دست آورید.

حل: اگر در فاصله y از انتهای آزاد، سطح مقطع مخروط برابر $A(y)$ فرض شود، نیروی محوری ایجاد شده با وزن قسمت هاشورخورده برابر بوده و می‌توان نوشت:



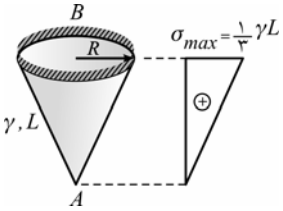
$$\begin{cases} \sum F_y = 0 \Rightarrow N(y) = W(y) \\ W(y) = \gamma V(y) = \gamma \times \left[\frac{1}{3} A(y) \times y \right] \end{cases} \Rightarrow N(y) = \frac{1}{3} \gamma A(y) y$$

در ادامه در فاصلهٔ y از انتهای A، نیروی محوری در این مقطع را تقسیم بر مساحت این مقطع کرده و مقدار تنش نرمال را محاسبه می‌کنیم:

$$\sigma(y) = \frac{N(y)}{A(y)} = \frac{\frac{1}{3}\gamma A(y) y}{A(y)} = \frac{1}{3}\gamma y$$

بنابراین بیشترین مقدار تنش نرمال در بزرگترین مقدار y یعنی در مقطع B رخ می‌دهد:

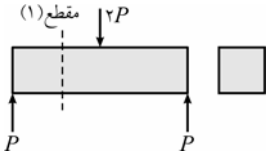
$$y_{max} = y_B = L \Rightarrow \sigma_{max} = \frac{1}{3}\gamma L$$



تذکر: در این تمرین، تنش نرمال موجود در هر مقطع کششی بوده و در ارتفاع مقطع به صورت خطی مطابق شکل مقابل تغییر می‌کند:

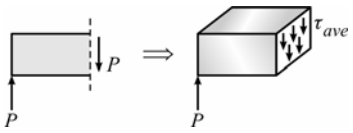
۱-۲-۲- محاسبهٔ تنش برشی در اعضاء

برای یادگیری نحوهٔ محاسبهٔ تنش برشی، به بررسی مقدار تنش برشی ایجاد شده در مقطع عضو در تمرین‌های زیر می‌پردازیم.



تمرین ۱-۴: در تیر مقابل با سطح مقطع ثابت A، نیروهای نشان داده شده اثر کرده است. تنش برشی متوسط در مقطع (۱) چقدر است؟

حل: در صورتی‌که تنش برشی در مقطع (۱) را ثابت و برابر τ_{ave} فرض کنیم، با بررسی تعادل در راستای قائم می‌توان نوشت:



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow P - \tau_{ave} \times A = 0 \Rightarrow \tau_{ave} = \frac{P}{A}$$

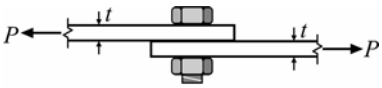
شدت بارگذاری سطحی ← τ_{ave} ، A → مساحت اثر بارگذاری سطحی

تذکر ۱ : با توجه به استاتیک، نیروی برشی در مقطع مورد نظر برابر P می‌باشد. می‌توان گفت برای محاسبهٔ تنش برشی متوسط، کافیست نیروی برشی موجود در مقطع بر مساحت مقطع تقسیم شود.

$$\tau_{ave} = \frac{V}{A} \qquad (۱-۲)$$

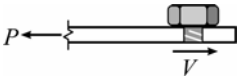
تذکر ۲: فرض توزیع یکنواخت برای تنش برشی، فرض صحیحی نبوده و نحوهٔ صحیح توزیع تنش برشی در فصل (۵) به صورت کامل بررسی می‌شود.

تذکر ۳: در مواردی که سطح مقطع عضو کوچک است (مانند سطح مقطع پیچ‌ها)، فرض توزیع یکنواخت تنش برشی قابل قبول بوده و از خطای کمی برخوردار است.



تمرین ۱-۵: در شکل مقابل، دو صفحه با ضخامت کم توسط یک پیچ با قطر d به یکدیگر متصل شده اند. تنش برشی متوسط ایجاد شده در مقطع پیچ را به‌دست آورید.

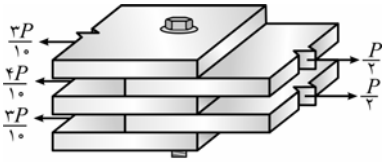
حل: اگر در محل اتصال دو ورق مقطعی زده و تعادل ورق بالایی را در راستای افق بنویسیم، نیروی برشی ایجاد شده در مقطع پیچ برابر P است.



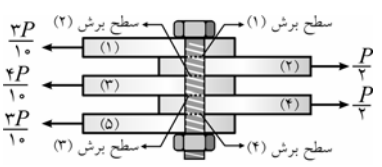
$$\xrightarrow{+} \sum F_x = ۰ \Rightarrow V = P$$

$$\tau = \frac{V}{A} = \frac{P}{A} = \frac{P}{\frac{\pi d^۲}{۴}} = \frac{۴P}{\pi d^۲}$$

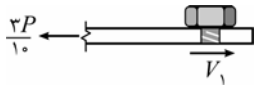
تمرین ۱-۶: در شکل مقابل ، پنج ورق فولادی با پیچی با سطح مقطع A به یکدیگر متصل شده و نیروی P را انتقال می‌دهند. بیشترین مقدار تنش برشی متوسط در پیچ چقدر است؟



حل: ابتدا باید توجه شود که با توجه به شکل مقابل، این پیچ دارای ۴ سطح برش است و برای محاسبهٔ تنش برشی ایجاد شده در هر یک از این سطوح، ابتدا باید نیروی برشی در مقطع پیچ را محاسبه کرد:

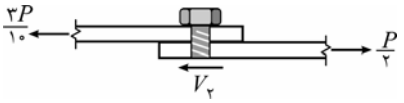


تعادل ورق (۱) :



$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow V_۱ = \frac{۳P}{۱۰} \Rightarrow \tau_۱ = \frac{V_۱}{A} = \frac{۳P}{۱۰A}$$

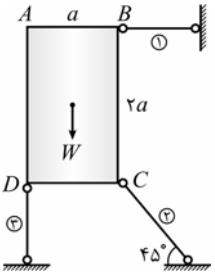
تعادل ورق‌های (۱) و (۲) :



تست‌های فصل اول

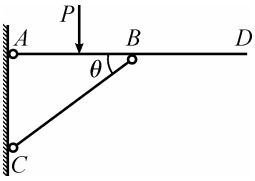
سؤالات تألیفی

۱- صفحهٔ $ABCD$ تحت اثر وزن خود (W) قرار دارد. این صفحه در نقاط B ، C و D به طور ساده توسط میله‌های (۱)، (۲) و (۳) نگه داشته شده است. نوع تنش نرمال در میله‌های (۱)، (۲) و (۳) چگونه است؟



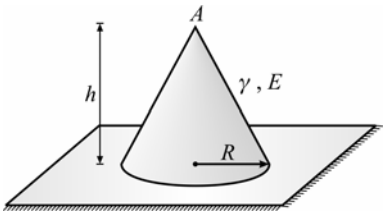
۱) فشاری - فشاری - کششی
۲) فشاری -کششی - فشاری
۳) کششی - فشاری - کششی
۴) کششی - کششی - فشاری

۲- نقطه اثر نیروی قائم و متمرکز P روی تیر ABD کجا باشد تا تنش نرمال در میلهٔ BC حداکثر گردد؟



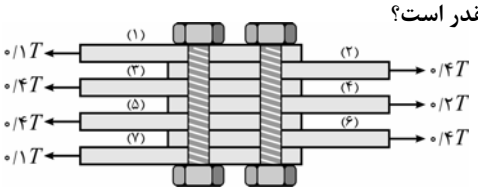
۱) نقطهٔ B
۲) نقطهٔ D
۳) تنش در میلهٔ BC همواره صفر است.
۴) تنش در میلهٔ BC ، با حرکت نیروی P تغییر نمی‌کند.

۳- مخروط مقابل تحت اثر وزن خود بر روی یک سطح افقی قرار دارد. تنش نرمال در وسط ارتفاع مخروط، چند برابر تنش نرمال در قاعدهٔ مخروط است؟



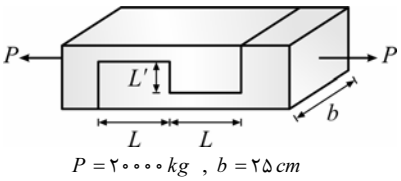
۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) $\frac{۱}{۳}$
۳) $\frac{۱}{۴}$
۴) $\frac{۱}{۶}$

۴- ورق‌های نشان داده شده، توسط دو پیچ با سطح مقطع A مطابق شکل نیروی T را منتقل می‌کنند. حداکثر مقدار تنش برشی متوسط در هر یک از این پیچ‌ها چقدر است؟



۱) $۰/۱۵\frac{T}{A}$
۲) $۰/۲\frac{T}{A}$
۳) $۰/۳\frac{T}{A}$
۴) $۰/۴\frac{T}{A}$

۵- دو قطعه چوب، مطابق شکل بر روی یکدیگر قرار گرفته و تنش مجاز فشاری بین دو قطعهٔ چوب برابر $۲۰۰\ kg/cm^۲$ است. حداقل مقدار لازم برای L' چند سانتی‌متر است؟ (از اصطکاک بین دو قطعه چوب صرف‌نظر شود)

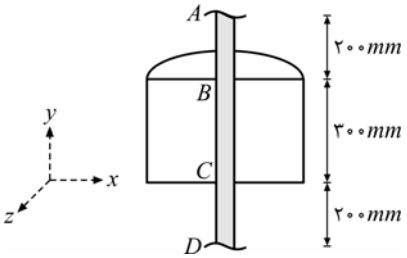


۱) $۸\ cm$
۲) $۴\ cm$
۳) $۲\ cm$
۴) $۱\ cm$

۶- کاهش حجم یک کرهٔ توپر فولادی با شعاع $25\,cm$، تحت اثر فشار هیدرواستاتیکی یکنواخت معادل $700\,Pa$ چند مترمکعب است؟ (ضریب پواسون ۰/۳، مدول الاستیسیتهٔ $21\times10^{5}\,Pa$ و $\pi \simeq 3$ فرض شود)

۱) 20×10^{-6} ۲) 25×10^{-6} ۳) 30×10^{-6} ۴) 35×10^{-6}

۷- میلهٔ توپر برنجی AD در محدودهٔ BC، تحت فشار هیدرواستاتیک شعاعی $60\,MPa$ قرار دارد. افزایش طول میلهٔ AD با فرض $E=100\,GPa$ و $\nu=\frac{1}{3}$ کدام است؟



۱) $\Delta_y = 10^{-3}\,m$
۲) $\Delta_y = 0/12\times10^{-3}\,m$
۳) $\Delta_y = 0/15\times10^{-3}\,m$
۴) $\Delta_y = 0/27\times10^{-3}\,m$

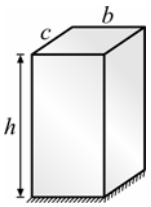
۸- یک میلهٔ استوانه‌ای توپر با طول L، مدول الاستیسیتهٔ E و ضریب پواسون ν و با شعاع قاعدهٔ R در سطح جانبی خود، تحت فشار شعاعی یکنواخت و ثابت P_0 قرار دارد. تغییر سطح جانبی این استوانه چند برابر $2\pi\frac{P_0}{E}RL$ است؟

۱) 2ν ۲) 3ν ۳) $2\nu-1$ ۴) $3\nu-1$

۹- مکعبی به ابعاد a، در حفره‌ای به همان ابعاد قرار گرفته و از پنج طرف توسط دیوارهٔ صلب و بدون اصطکاکی محصور شده است. اگر مکعب را به اندازهٔ ΔT گرم کنیم، تغییر حجم آن چقدر است؟ (مدول الاستیسیته و ضریب پواسون مکعب E و $\nu=\frac{1}{3}$ بوده و ضریب انبساط حرارتی آن برابر α است)

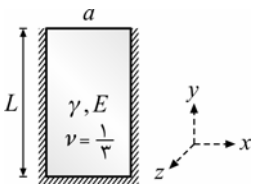
۱) $3\alpha a^3\Delta T$ ۲) $2/5\alpha a^3\Delta T$ ۳) $2/25\alpha a^3\Delta T$ ۴) $2\alpha a^3\Delta T$

۱۰- مکعب‌مستطیل مقابل، تحت اثر وزن خود قرار دارد. مقدار تغییر ارتفاع این مکعب‌مستطیل چقدر است؟ (وزن مخصوص جسم γ و مدول الاسیتسیتهٔ آن E می‌باشد)



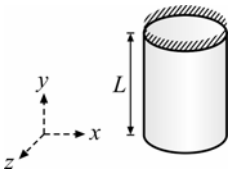
۱) $\frac{\gamma h^2}{E}$ ۲) $\frac{\gamma h^2}{2E}$ ۳) $\frac{\gamma h^2}{3E}$ ۴) $\frac{\gamma h^2}{4E}$

۱۱- در شکل مقابل، یک مکعب‌مستطیل با وزن مخصوص γ و ابعاد $L\times a\times a$ تحت اثر وزن خود قرار داشته و از پنج طرف در داخل یک دیوارهٔ صلب و بدون اصطکاک قرار دارد. تغییر ارتفاع این مکعب‌مستطیل برابر است با:



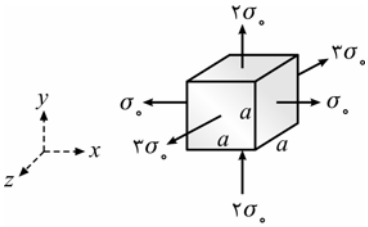
۱) $\frac{\gamma L^2}{6E}$ ۲) $\frac{\gamma L^2}{E}$ ۳) $\frac{\gamma L^2}{2E}$ ۴) $\frac{\gamma L^2}{3E}$

۱۲- در شکل مقابل، استوانه‌ای با وزن مخصوص γ از سقف آویزان است. اگر ضریب پواسون استوانه v، وزن مخصوص γ و مدول الاستیسیتهٔ آن E باشد، تغییر حجم این استوانه برابر است با:



۱) $\frac{۲v\,\gamma\pi R^۲L^۲}{E}$ ۲) $\frac{(۱-۲v)\gamma\pi R^۲L^۲}{۲E}$ ۳) $\frac{(۱-۲v)\gamma\pi R^۲L^۲}{۴E}$ ۴) $\frac{(۱-۲v)\gamma\pi R^۲L^۲}{E}$

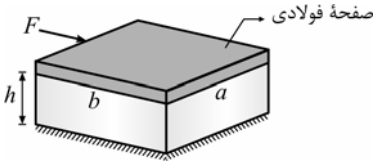
۱۳- تغییر سطح جانبی المان مقابل، تحت اثر تنش‌های وارد بر مکعب چقدر است؟



۱) $\frac{۱۲\,a^۲(۱-۲v)\sigma_۰}{E}$ ۲) $\frac{۲۴\,a^۲(۱-۲v)\sigma_۰}{E}$

۳) $\frac{۸\,a^۲(۱-۲v)\sigma_۰}{E}$ ۴) $\frac{۱۶\,a^۲(۱-۲v)\sigma_۰}{E}$

۱۴- یک قطعه از مصالح نرم با مدول برشی G و به ضخامت h مطابق شکل مقابل، توسط یک صفحهٔ فولادی نازک به طول a و عرض b روکش شده است. چنانچه این مجموعه در جهت طولی تحت اثر نیروی برشی افقی F قرار گیرد، تغییر مکان افقی صفحهٔ فولادی برابر است با:



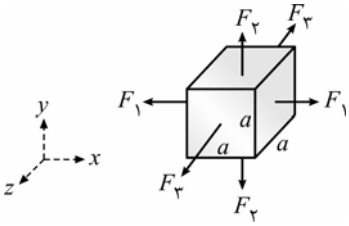
۱) $\frac{۲Fh}{abG}$ ۲) $\frac{Fh}{abG}$ ۳) $\frac{Fh}{۲abG}$ ۴) $\frac{Fh}{۴abG}$

۱۵- صفحه‌ای مستطیلی و نازک با ابعاد ۲۰۰ میلی‌متر در جهت x و ۱۰۰ میلی‌متر در جهت y با ضخامت یک میلی‌متر، تحت اثر تنش‌های σ_x و σ_y روی لبه‌ها و در راستای طولی صفحه قرار گرفته است. چنانچه تحت اثر تنش‌های فوق، صفحهٔ مذکور در جهات x و y به ترتیب ۴ و ۲ میلی‌متر تغییر طول داده باشد، تنش‌های σ_x و σ_y برابر است با:

۱) $\sigma_y = \frac{۰/۰۲E}{۱-v}$, $\sigma_x = \frac{۰/۰۲E}{۱-v}$ ۲) $\sigma_y = \frac{۰/۰۴}{E}\left(\frac{۱+v}{۱-v^۲}\right)$, $\sigma_x = ۰/۰۴E\left(\frac{۱+v}{۱-v^۲}\right)$

۳) $\sigma_y = \frac{۰/۰۲E}{۱+v}$, $\sigma_x = \frac{۰/۰۲E}{۱+v}$ ۴) $\sigma_y = \frac{۰/۰۴}{E}\left(\frac{۱-v^۲}{۱+v^۲}\right)$, $\sigma_x = \frac{۰/۰۲}{E}\left(\frac{۱-v^۲}{۱+v^۲}\right)$

۱۶- مکعب همگن و ایزوتروپ مقابل، تحت اثر سه نیروی $F_۱$، $F_۲$ و $F_۳$ در سه جهت خود قرار دارد به طوری که تغییر طول آن در امتدادهای $F_۲$ و $F_۳$ صفر است. اگر ضریب پواسون مصالح ۰/۲۵ باشد، تنش برشی حداکثر چند برابر $\frac{F_۱}{a^۲}$ است؟

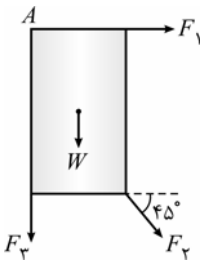


۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) ۱

پاسخ تست‌های فصل اول

۱- (۲)

برای بررسی نوع تنش در میله‌های (۱) ، (۲) و (۳) ، باید نیروهای آنها را محاسبه کنیم. برای حل ابتدا با لنگرگیری حول A ، نیروی میلهٔ (۲) را محاسبه کرده، سپس با تعادل در راستای افق نیروی میلهٔ (۱) را محاسبه کرده و سپس با بررسی تعادل در راستای قائم نیروی میلهٔ (۳) را محاسبه می‌کنیم:



$$\sum M_A = ۰ \Rightarrow W \times \frac{a}{۲} + F_۲ \sin ۴۵ \times a - F_۲ \cos ۴۵ \times ۲a = ۰$$

$$F_۲ = +\frac{\sqrt{۲}}{۲} W \quad \text{(کششی)}$$

$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow F_۱ + F_۲ \cos ۴۵^\circ = ۰ \Rightarrow F_۱ = -\frac{۱}{۲} W \quad \text{(فشاری)}$$

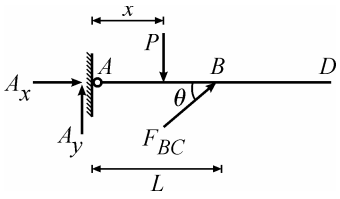
$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow F_۳ + W + F_۲ \sin ۴۵^\circ = ۰ \Rightarrow F_۳ = -\frac{۳}{۲} W \quad \text{(فشاری)}$$

بنابراین تنش نرمال در میله‌های (۱) و (۳) فشاری و در میلهٔ (۲)کششی است.

تذکر: برای حل این سؤال، در نمودار جسم آزاد سازه نیروی محوری همهٔ اعضاء به صورت کششی گذاشته شده و اعضایی که نیروی آنها منفی به دست می‌آید، نیروی فشاری دارند.

۲- (۲)

هرچه نیروی محوری عضو BC بیشتر باشد، تنش نرمال نیز در آن بیشتر است. اگر فاصلهٔ نیروی P از A برابر x فرض شود، با لنگرگیری حول نقطهٔ A نیروی میلهٔ BC عبارت است از:



$$\sum M_A = ۰ \Rightarrow F_{BC} \sin\theta \times L - P \times x = ۰$$

$$F_{BC} = \frac{P}{\sin\theta} \times \frac{x}{L}$$

همان‌گونه که مشاهده می‌شود، هر چه فاصلهٔ x بیشتر باشد، نیرو در عضو BC بیشتر شده و تنش نیز در آن بیشتر می‌شود. با توجه به این موضوع، نیروی BC زمانی بیشینه است که نیروی P در نقطهٔ D وارد شود.

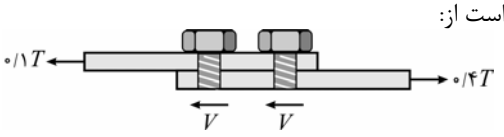
۳- (۱)

در این تست نیز مانند تمرین (۱-۳) در درس‌نامه، تنش در فاصله y از نقطهٔ A برابر $\frac{۱}{۳}\gamma y$ و فشاری می‌باشد. بنابراین در مقایسهٔ تنش در وسط ارتفاع مخروط با تنش در محل تکیه‌گاه داریم:

$$\sigma = -\frac{۱}{۳}\gamma y \Rightarrow \frac{\sigma_۱}{\sigma_۲} = \frac{y_۱}{y_۲} = \frac{\frac{h}{۲}}{h} = \frac{۱}{۲}$$

۴- (۱)

با توجه به تمرین (۱-۶) در درس‌نامه بیشترین نیروی برشی ایجاد شده در پیچ‌ها، در سطح برش بین ورق (۲) و (۳) ایجاد می‌شود (چرا؟) و مقدار آن عبارت است از:



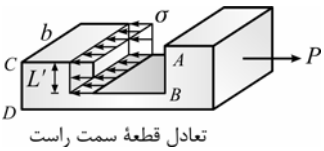
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow 0/4T - 2V - 0/1T = 0 \Rightarrow V = 0/15T$$

و بیشترین مقدار تنش برشی ایجاد شده در پیچ برابر است با:

$$\tau = \frac{V}{A} = 0/15\frac{T}{A}$$

۵- (۲)

ابتدا باید دقت شود که در وجوه AB و CD ، دو قطعه چوب می‌خواهند از یکدیگر دور شوند و تنشی بر یکدیگر وارد نمی‌کنند. با این توجیه و با بررسی تعادل در راستای افق داریم:



تعادل قطعهٔ سمت راست

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow \sigma \times L' \times b = P$$

$$L'_{min} = \frac{P}{\sigma_{all} \times b} = \frac{20000}{200 \times 25} = 4\,cm$$

۶- (۲)

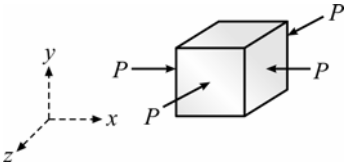
$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = -P = -700\,Pa \;,\; V_0 = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times 25^3 = 62500\,cm^3$$: حالت هیدرواستاتیک

$$\varepsilon_V = \frac{1-2\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) = \frac{1-2\times 0/3}{21\times 10^5} \times (-3\times 700) = -4\times 10^{-4}$$

$$\Delta V = \varepsilon_V \times V_0 = -4\times 10^{-4} \times 62500 = -25\,cm^3 = -25\times 10^{-6}\,m^3$$

۷- (۲)

در قسمت‌های AB و CD ، هیچ‌گونه تنشی بر میلهٔ برنجی وارد نشده و تغییر طول این قسمت‌ها صفر است. از طرفی قسمت AD ، تحت تنش هیدرواستاتیک P در دو راستای x و z قرار داشته و در راستای y تنشی بر المان‌های میله وارد نمی‌شود:



$$\sigma_x = \sigma_z = \sigma = -60\,MPa \;,\; \sigma_y = 0$$

$$\varepsilon_y = -\nu\frac{\sigma_x}{E} + \frac{\sigma_y}{E} - \nu\frac{\sigma_z}{E} = -2\nu\frac{\sigma}{E}$$

$$\varepsilon_y = -2\times\frac{1}{3}\times\frac{(-60)}{100\times 10^3} = 40\times 10^{-5}$$

$$\Delta L_{BC} = \varepsilon_y \times L_{BC} = 40\times 10^{-5} \times 300\times 10^{-3} = 0/12\times 10^{-3}\,m$$

بنابراین تغییر طول میلهٔ BC ، برابر $0/12\times 10^{-3}\,m$ است.