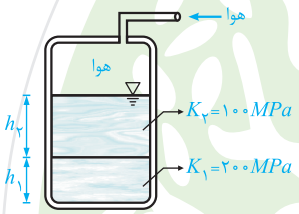
تست‌های تکمیلی فصل اول

۱- اگر مدول بالک آب ثابت و برابر $۲\ GPa$ در نظر گرفته شود، در آن صورت با افزایش فشار آب به میزان $۱۰\ MPa$، دانسیته آب چند درصد افزایش می‌یابد؟

۱) ۵۰ درصد ۲) ۵ درصد ۳) ۰/۵ درصد ۴) ۰/۰۵ درصد

۲- یک مخزن سنگین مطابق شکل زیر، محتوی دو مایع مخلوط نشدنی است و فشار هوا روی آنها تغییر می‌کند. اگر هوا به آرامی توسط پمپی وارد تانک شود و سبب گردد تا فشار هوای درون مخزن به میزان $۱\ MPa$ افزوده شود، در آن‌صورت سطح آزاد مایع سبکتر چقدر تغییر مکان می‌دهد؟ مدول بالک دو مایع به‌ترتیب برابر $K_۱ = ۲۰۰MPa$ و $K_۲ = ۱۰۰MPa$ است.



۱) $\frac{h_۱+h_۲}{۲۰۰}$

۲) $\frac{h_۱+h_۲}{۴۰۰}$

۳) $\frac{h_۱+۲h_۲}{۲۰۰}$

۴) $\frac{h_۱+۲h_۲}{۴۰۰}$

۳- مدول الاستیسیته حجمی در یک مایع برابر مقدار ثابت K است. تغییرات نسبی دانسیته به ازای تغییر فشار P برابر کدامیک از مقادیر زیر است؟

۱) $e^{\frac{P}{K}}$ ۲) $e^{\frac{P}{K}}-۱$ ۳) $e^{\frac{P}{K}}+۱$ ۴) هیچکدام

۴- یک مخزن فولادی با ۵۰۰ کیلوگرم آب ($\rho_w = ۱۰۰۰\ kg/m^۳$)، تحت فشار، کاملاً پر شده است. چند کیلوگرم آب به مخزن اضافه کنیم تا فشار آن به اندازهٔ $۱۰۰\ MPa$ افزایش یابد؟ مدول بالک آب $۲\ GPa$ است و می‌دانیم با دو برابر شدن فشار، حجم هوای داخلی مخزن یک درصد افزوده می‌شود.

۱) ۵۰/۵

۲) ۳۰/۲۵

۳) ۲۵

۴) ۱۲/۲۵

۵- سیال ایده‌آل:

۱) سیالی بدون اصطکاک است. ۲) سیالی تراکم ناپذیر است.

۳) سیالی است که لزجت آن ثابت است. ۴) سیالی غیر لزج و تراکم ناپذیر است.

۶- سیال نیوتنی سیالی است که .....

۱) دارای گرادیان سرعت باشد.

۲) از قانون نیوتن پیروی نماید.

۳) تنش برشی در آن با گرادیان سرعت به صورت خطی تغییر نماید.

۴) تنش برشی در آن با گرادیان سرعت به صورت غیر خطی تغییر نماید.

۷- جدول زیر مقادیر گرادیان سرعت و تنش برشی نظیر آن را برای یک ماده نشان می‌دهد. این ماده:

$\frac{du}{dy}(s^{-۱})$	۰	۱	۲	۳
$\tau(kPa)$	۰	۱۰	۱۵	۱۸

۱) یک سیال نیوتنی است.

۲) یک سیال غیر نیوتنی از نوع اتساعی (منبسط شونده) است.

۳) یک پلاستیک بینگهام است.

۴) یک سیال غیر نیوتنی از نوع شبه پلاستیک است.

۱- (۳)

$$K \simeq \frac{\Delta P}{(\frac{\Delta\rho}{\rho})} \Rightarrow ۲\times۱۰^{۹} = \frac{۱۰\times۱۰^{۶}}{(\frac{\Delta\rho}{\rho})} \Rightarrow \frac{\Delta\rho}{\rho} = ۰/۰۰۵ = ۰/۵\%$$

توجه: درصد افزایش دانسیته همان تغییرات نسبی جرم مخصوص است.

۲- (۳)

تغییر مکان سطح آزاد مایع سبکتر (مایع بالایی) برابر مجموع کاهش ارتفاع دو مایع قرار گرفته در مخزن است. بنابراین با توجه به روابط مربوط بـه تراکم‌پذیری، ابتدا کاهش حجم و از آنجا کاهش ارتفاع دو مایع را به‌صورت زیر به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} K_۱ \simeq -V_۱(\frac{\Delta P}{\Delta V_۱}) = -h_۱(\frac{\Delta P}{\Delta h_۱}) \Rightarrow ۲۰۰ = \frac{-h_۱\times۱}{\Delta h_۱} \Rightarrow \Delta h_۱ = -\frac{h_۱}{۲۰۰} \\ K_۲ \simeq -V_۲(\frac{\Delta P}{\Delta V_۲}) = -h_۲(\frac{\Delta P}{\Delta h_۲}) \Rightarrow ۱۰۰ = \frac{-h_۲\times۱}{\Delta h_۲} \Rightarrow \Delta h_۲ = -\frac{h_۲}{۱۰۰} \end{cases}$$

حال در ادامه مقدار پایین رفتن سطح سیال بالایی را می‌یابیم:

$$\Delta h_{\text{کل}} = \Delta h_۱ + \Delta h_۲ = \frac{h_۱}{۲۰۰} + \frac{h_۲}{۱۰۰} = \frac{h_۱ + ۲h_۲}{۲۰۰}$$

۳- (۲)

از رابطه به‌دست آمده در انتهای تمرین (۳۰) در متن درس استفاده کرده و می‌نویسیم:

$$\rho = \rho_\circ e^{\frac{\Delta P}{K}} \xrightarrow{\Delta P = P \text{ (طبق صورت سؤال)}} \rho = \rho_\circ e^{\frac{P}{K}} \Rightarrow \frac{\rho}{\rho_\circ} = e^{\frac{P}{K}}$$

$$\Rightarrow \frac{\rho}{\rho_\circ} - ۱ = e^{\frac{P}{K}} - ۱ \Rightarrow \frac{\Delta\rho}{\rho_\circ} = e^{\frac{P}{K}} - ۱$$

۴- (۲)

ابتدا با در دست داشتن مدول بالک آب و به‌کارگیری روابط تراکم‌پذیری، می‌توان افزایش جرم مخصوص آب را به صورت زیر به‌دست آورد:

$$K \simeq \rho(\frac{\Delta P}{\Delta\rho}) \Rightarrow ۲\times۱۰^{۹} = ۱۰۰۰\times(\frac{۱۰۰\times۱۰^{۶}}{\Delta\rho}) \Rightarrow \Delta\rho = ۵۰\, kg/m^{۳}$$

مرحله بعدی به‌دست آورن حجم نهایی ($V_۲$) مخزن است که در واقع حجم نهایی آب را نشان می‌دهد:

$$\rho_۱ = \frac{M_۱}{V_۱} \Rightarrow V_۱ = \frac{۵۰۰}{۱۰۰۰} = ۰/۵\, m^{۳}$$

$$V_۲ = V_۱ + \Delta V = V_۱ + ۰/۰۱V_۱ = ۱/۰۱V_۱ = ۱/۰۱\times۰/۵ = ۰/۵۰۵\, m^{۳}$$

و در نهایت جرم آب را وقتی فشار به $۲۰۰\, MPa$ رسیده است، به‌صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\rho_۲ = \frac{M_۲}{V_۲} \Rightarrow M_۲ = \rho_۲ V_۲ = (۱۰۰۰ + ۵۰)(۰/۵۰۵) = ۵۳۰/۲۵$$

$$\Delta M = M_۲ - M_۱ = ۵۳۰/۲۵ - ۵۰۰ = ۳۰/۲۵\, kg$$

بنابراین گزینه (۲) پاسخ صحیح است.

۵- (۴)

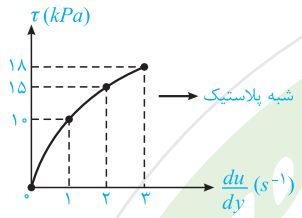
به بخش (D-۳)، طبقه‌بندی انواع سیال (نمودار طبقه‌بندی) مراجعه شود.

۶- (۳)

سیال نیوتنی سیالی است که قانون لزجت نیوتن $(\tau = \mu\frac{du}{dy})$ در مورد آن صادق بوده و لزجت آن در این رابطه ثابت باشد. به عبارت دیگر رابطـه بین $\frac{du}{dy}$ (گرادیان سرعت) و τ (تنش برشی) خطی باشد.

۷- (۴)

با ترسیم نمودارگرادیان سرعت- تنش برشی برای این ماده، خواهیم داشت:

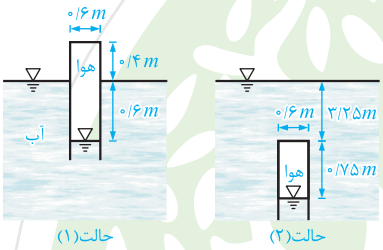


تست‌های تکمیلی فصل دوم

۱- دانسیته هوا در دمای $17^{\circ}C$ و فشار مطلق $831/2\ kPa$ چقدر است؟ (جرم مولکولی هوا ۲۹ است.)

۱) $1\ kg/m^3$ ۲) $0/83\ kg/m^3$ ۳) $10\ kg/m^3$ ۴) $8/3\ kg/m^3$

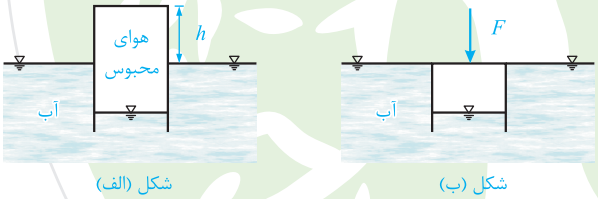
۲- یک استوانه را که در بالای آن هوا محبوس شده است، در دو وضعیت در داخل آب قرار می‌دهیم. در حالت اول استوانه در سطح آب شناور بوده و در حالت دوم آن را به صورت کامل داخل آب فرو می‌بریم. اگر دمای هوای محبوس داخل استوانه در حالت (۱) و (۲) یکسان باشد، فشار اتمسفر محلی چند کیلوپاسکال است؟ $(\gamma_w = 10\ kN/m^3)$



۱) ۹۶
۲) ۹۸
۳) ۱۰۲
۴) ۱۰۴

۳- مطابق شکل (الف) یک استوانهٔ یک سرباز که دارای وزن W و مساحت مقطع A می‌باشد به‌صورت وارونه بر سطح آب قرار گرفته و داخل آن هوای فشرده محبوس است. چه نیروی (F) لازم است (بر حسب نیوتن) که بر بالای استوانه وارد شود تا سطح بالای استوانه بر سطح آب مماس شود (شکل ب)؟ (سراسری - ۹۳)

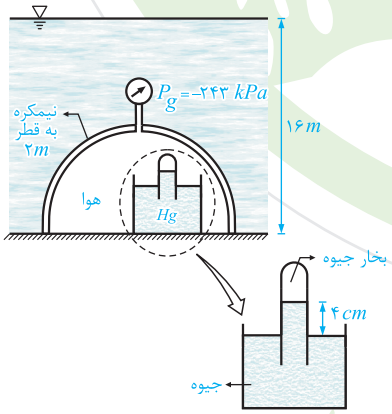
(هوای داخل استوانه ایزوترمال فرض شود یعنی ثابت $PV =$ ، $\gamma_{آب} = 10000\ N/m^3$ ، $W = 20\ N$ ، $h = 0/24\ m$ و $A = 0/2\ m^2$)



شکل (الف) شکل (ب)

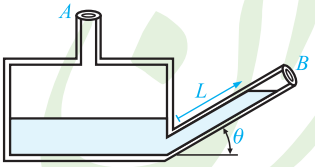
۱) ۸۰
۲) ۱۲۰
۳) ۱۰۰
۴) ۱۶۰

۴- یک پوسته جدار نازک در کف دریاچه‌ای $(\gamma_w = 10\ kN/m^3)$ قرار گرفته است. فشار داخل پوسته توسط بارومتر جیوه‌ای و اختلاف فشار داخل و خارج پوسته توسط فشارسنج بوردون اندازه گیری شده است. با توجه به اطلاعات بدست آمده، فشار اتمسفر روی سطح دریاچه چقدر است؟ (فشار مطلق بخار جیوه معادل $3/6\ kPa$ بوده و چگالی نسبی جیوه $S_{Hg} = 13/5$ است.)



۱) $102\ kPa$
۲) $100/6\ kPa$
۳) $98/4\ kPa$
۴) $97\ kPa$

۵- یک مانومتر مطابق شکل زیر با زاویه $\theta = 30^{\circ}$ و محتوی آب، به عنوان مانومتر ساده، برای اندازه‌گیری فشار بکار می‌رود. مخزن متصل به مانومتر بزرگ است و می‌توان فرض کرد که ارتفاع سطح آن ثابت می‌ماند. انتهای B از لولهٔ مایل در تماس با هوای آزاد است. اگر $L = 40\ cm$ باشد، فشار در مقطع A (در لوله متصل به بالای مخزن) بر حسب سانتیمتر ستون آب چقدر است؟



۱) ۴۰-
۲) ۲۰ خلاء نسبی
۳) ۲۰
۴) ۴۰

۶- **اختلاف فشار اندازه‌گیری شده توسط مانومتر مایل، بین دو نقطه از یک سیستم، برابر $20\ Pa$ می‌باشد.چنانچه قطر مخزن مانومتر دو برابر شود، با فرض ثابت ماندن سایر عوامل، عدد قرائت شده توسط خط کش مدرج مانومتر (R) چه تغییری می‌کند؟**

۱) افزایش می‌یابد.
۲) کاهش می‌یابد.
۳) بی‌تغییر خواهد ماند.
۴) هر سه گزینه می‌تواند صحیح باشد.

۱- (۳)

$$\begin{cases} PV_s = RT \xrightarrow{V_s=\frac{۱}{\rho}} P=\rho RT \\ R=\dfrac{۸۳۱۲}{M} \end{cases} \Rightarrow \rho=\frac{PM}{۸۳۱۲\,T}=\frac{(۸۳۱/۲\times ۱۰^{۳})(۲۹)}{(۸۳۱۲)(۲۷۳+۱۷)}=۱۰\,kg/m^{۳}$$

توجه: همانطورکه در متن درس هم گفته شد، رابطه بین دما برحسب کلوین T و درجهٔ سانتی‌گراد C به‌صورت؛ $T=۲۷۳+{}^{\circ}C$ می‌باشد.

۲- (۱)

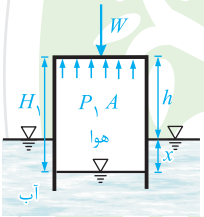
با توجه به ثابت ماندن دمای هوای محبوس در بالای استوانه در حالت‌های (۱) و (۲) می‌توان نوشت:

$$PV=mRT\ ,\ \ T,m,R=const\ \Rightarrow\ PV=const\ \Rightarrow\ P_۱V_۱=P_۲V_۲$$

$$(P_{atm}+۰/۶\times ۱۰)(A\times ۱)=(P_{atm}+۴\times ۱۰)(A\times ۰/۷۵)\ \Rightarrow\ P_{atm}=۹۶\,kPa$$

۳- (۱)

مشخصات مربوط به شکل (الف) را با اندیس (۱) و مشخصات شکل (ب) را با اندیس (۲) نشان داده و ابتدا برای شکل (الف) می‌نویسیم:



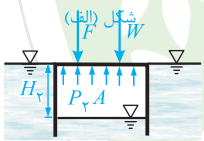
شکل (الف)

$$\sum F_y=۰\ \Rightarrow\ W=P_۱A\ \Rightarrow\ ۲۰=P_۱\times ۰/۲\ \Rightarrow\ P_۱=۱۰۰\,Pa$$

$$P_۱=\gamma_w x\ \Rightarrow\ ۱۰۰=(۱۰^{۴})(x)\ \Rightarrow\ x=۰/۰۱m$$

$$\Rightarrow\ H_۱=h+x=۰/۲۴+۰/۰۱=۰/۲۵m$$

حال با کمک قانون گازهای کامل و برقراری شرایط هم‌دما بین دو وضعیت (الف) و (ب) خواهیم داشت:



شکل (ب)

$$\begin{cases} P_۱V_۱=P_۲V_۲ \\ V=AH \end{cases} \Rightarrow P_۱H_۱=P_۲H_۲ \xrightarrow{P_۲=\gamma_w H_۲} ۱۰۰\times ۰/۲۵=(۱۰^{۴}\times H_۲)\times (H_۲)$$

$$\Rightarrow\ H_۲=۰/۰۵m\ \ ,\ \ P_۲=۱۰^{۴}\times ۰/۰۵=۵۰۰\,Pa$$

در نهایت رابطهٔ تعادل نیروها در امتداد قائم را برای ظرف در حالت (ب) نوشته و نیروی F را می‌یابیم:

$$\sum F_y=۰\ \Rightarrow\ F+W=P_۲A\ \Rightarrow\ F+۲۰=۵۰۰\times ۰/۲\ \Rightarrow\ F=۸۰\,(N)$$

توجه: فشار در رابطهٔ مربوط به قانون گازهای کامل به‌صورت مطلق به‌کار برده می‌شود ولی متأسفانه طراح کنکور این موضوع را در نظر نگرفته و فشار نسبی را مدنظر قرار داده است. ما نیز این تست را بر همین اساس حل کرده‌ایم، هر چند به لحاظ علمی این راه حل صحیح نبوده و حتماً بایستی مثل تست قبل، فشار به‌صورت مطلق به‌کار رود.

۴- (۱)

فشار مطلق هوای داخل پوسته با توجه به قرائت بارومتر جیوه‌ای برابر است با:

$$P_{\text{مطلق هوای داخل پوسته}}=P_{\text{مطلق بخار جیوه}}+\gamma_{Hg}\times h_{\circ}=۳/۶+۱۳/۵\times ۱۰\times ۰/۰۴=۹\,kPa$$

همچنین فشار مطلق در عمق $۱۵\,m$ از سطح آزاد دریا، با توجه به قرائت فشارسنج بوردون برابر است با:

$$\text{عدد قرائت شده توسط فشارسنج بوردون}=P_{\text{مطلق هوای داخل پوسته}}-P_{\text{مطلق در عمق }۱۵\,m}$$

$$\Rightarrow\ P_{\text{مطلق در عمق }۱۵\,m}=۹-(-۲۴۳)=۲۵۲$$

در نهایت فشار اتمسفر روی سطح دریاچه به صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$P_{\text{مطلق در عمق }۱۵\,m}=P_{atm}+\gamma h\ \Rightarrow\ ۲۵۲=P_{atm}+۱۰\times ۱۵\ \Rightarrow\ P_{atm}=۱۰۲\,kPa$$

۵- (۳)

با استفاده از روش مانومتری محاسبه فشار، خواهیم داشت:

$$P_A-\gamma_w\,L\sin\theta=P_B=P_{atm}=۰\ \Rightarrow\ \frac{P_A}{\gamma_w}=L\sin\theta=۴۰\times \sin ۳۰=۲۰cm$$

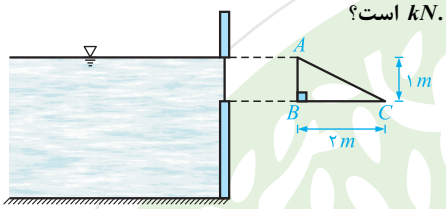
۶- (۱)

طبق رابطهٔ زیر که در تمرین (۲۶) به‌دست آمد، مشاهده می‌شود که با افزایش قطر مخزنِ مانومتر (D) و ثابت ماندن سایر عوامل، عدد قرائت شـده توسط مانومتر (R) افزایش می‌یابد.

$$\Delta P_{AB} = \gamma R\left[(\frac{d}{D})^{۲} + \sin\theta\right] \Rightarrow R = \frac{\Delta P_{AB}}{\gamma[(\frac{d}{D})^{۲} + \sin\theta]}$$

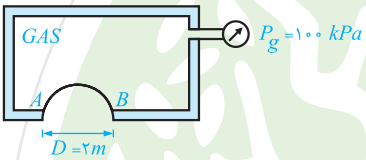
تست‌های تکمیلی فصل سوم

۱- در شکل زیر، دریچه ABC به‌صورت قائم درون مایعی به وزن مخصوص $\gamma = A + By$ قرار دارد که در آن $A = ۱ kN/m^۳$ ، $B = ۴ kN/m^۴$ و y برحسب متر می‌باشد. لنگر نیروی وارده از طرف مایع ساکن به دریچه، حول لولای AB چند $kN.m$ است؟



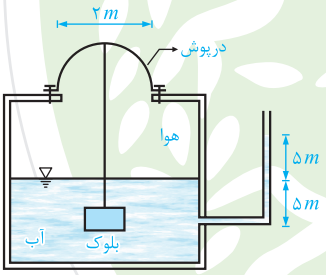
۱) ۰/۷
۲) ۱/۴
۳) ۰/۶۵
۴) ۱/۳

۲- در مخزن زیر گاز متراکم با فشار $۱۰۰ kPa$ قرار دارد. نیروی وارد بر نیمکرهٔ قرارگرفته در کف مخزن چقدر است؟



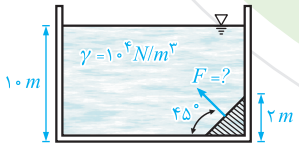
۱) $۳۱۴ kN$
۲) $۶۲۸ kN$
۳) $۱۵۷ kN$
۴) $۴۷۱ kN$

۳- یک درپوش به شکل نیم‌کره برای بستن محفظه شکل زیر، در بالای آن تعبیه شده است. برای اتصال درپوش به محفظه، ۴ عدد پیچ با تنش کششی مجاز $۲۰۰ MPa$ استفاده شده است. اگر برای بسته نگهداشتن این محفظه در شرایط نشان داده شده، از یک بلوک بتنی با حجم $۶ m^۳$ استفاده شود، حداقل قطر لازم برای پیچ‌های اتصال چند mm باید باشد؟ ($\pi = ۳$ و وزن درپوش ناچیز و $\gamma_{\text{بتن}} = ۲۵ kN/m^۳$ می‌باشد.)



۱) ۱۰۰
۲) ۲۰۰
۳) ۱۰
۴) ۲۰

۴- منشوری با سطح مقطع مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین به ضلع ۲ متر و ارتفاع ۵ متر (عمود بر صفحهٔ کاغذ) مطابق شکل در گوشهٔ یک مخزن به عمق ۱۰ متر کاملاً به دیوار چسبیده است. فشار اتمسفر برابر با ۱۰۰ کیلوپاسکال است. اگر بخواهیم منشور را در جهت نشان داده شده در شکل (با زاویهٔ ۴۵° نسبت به دیواره‌ها) حرکت دهیم نیروی لازم برابر چند kN است؟ (سراسری - ۸۳)



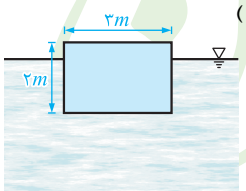
۱) ۹۵۰
۲) $۹۵۰\sqrt{۲}$
۳) ۱۹۰۰
۴) $۱۹۰۰\sqrt{۲}$

۵- کدام‌یک از وضعیت‌های زیر کافی است تا جسم شناور، در تعادل پایدار قرار گیرد؟

الف: مرکز ثقل پایین‌تر از مرکز شناوری باشد.
ب: ارتفاع متاسنتریک مخالف صفر باشد.
ج: ارتفاع متاسنتریک مثبت باشد.

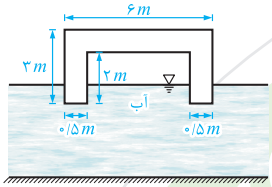
۱) فقط الف ۲) الف و ج ۳) الف و ب ۴) الف، ب و ج

۶- یک جسم به شکل مکعب مستطیل با ابعاد $۲m \times ۳m \times ۴m$ به‌صورت زیر در داخل مایعی با چگالی نسبی ۰/۸ قرار می‌گیرد. اگر جرم جسم $۴۸۰۰ kg$ باشد، وضعیت پایداری و ارتفاع متاسنتریک لازم جهت بررسی پایداری جسم، مطابق کدام گزینه است؟ ($g = ۱۰ m/s^۲$)



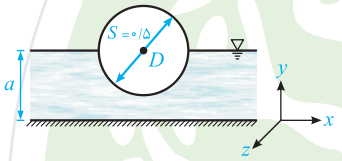
۱) جسم پایدار است، زیرا ارتفاع متاسنتریک آن $۲/۱۶ m$ و مثبت است.
۲) جسم پایدار است، زیرا ارتفاع متاسنتریک آن $۰/۷۵ m$ و مثبت است.
۳) جسم ناپایدار است، زیرا ارتفاع متاسنتریک آن $۰/۲۵ m$ و منفی است.
۴) جسم ناپایدار است،زیرا ارتفاع متاسنتریک آن $۱/۵ m$ و منفی است.

۷- جسمی به وزن $10\,kN$ مطابق شکل در آب شناور است. عرض جسم برابر ۱ متر و وزن مخصوص آب $10\,kN/m^3$ می‌باشد. اگر فاصله مرکز ثقل جسم تا سطح فوقانی آن ۲ متر باشد، در آن‌صورت تعادل جسم:



۱) پایدار است.
۲) ناپایدار است.
۳) خنثی است.
۴) می‌تواند پایدار، ناپایدار یا خنثی باشد.

۸- استوانه‌ای همگن به قطر D و ارتفاع h (عمود بر صفحهٔ کاغذ) مطابق شکل بر روی آبی به عمق a شناور است. چگالی نسبی استوانه برابر با ۰/۵ می‌باشد. اگر پایداریِ تعادل این استوانه در مقابل دوران حول محور z مورد بررسی قرار گیرد، کدام گزینه صحیح است؟ (مرکز سطح نیم‌دایره به فاصلهٔ $\frac{4r}{3\pi}$ از مرکز دایره واقع شده است.) (سراسری - ۸۳)



۱) استوانه ناپایدار است.
۲) استوانه پایدار است.
۳) استوانه در وضعیت خنثی قرار دارد.
۴) اطلاعات مسأله برای بررسی پایداری استوانه کافی نیست.

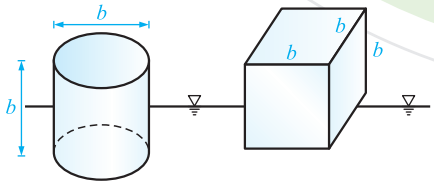
۹- مکعب مستطیلی به قاعدهٔ مربع (ابعاد a) و ارتفاع d با چگالی نسبی S در روی سطح آب قرار گرفته است. حداقل نسبت $\frac{a}{d}$ برای پایداری چقدر است؟ (سراسری - ۸۶)

۱) $\sqrt{6S(1-S)}$
۲) $\frac{1}{\sqrt{6S(1-S)}}$
۳) $\frac{1}{\sqrt{2S(1-S)}}$
۴) $\frac{1}{\sqrt{6(1-S)}}$

۱۰-قایقی مکعب مستطیل شکل به عرض ۶ متر، طول ۲۰ متر، ارتفاع ۴ متر و وزن ۲۰۰ تن، با ارتفاع متاسنتریک ۴/۵ متر به‌صورت شناور در روی سطح آب قرار دارد. در صورتی که قایق حول محور طولی ۰/۰۲ رادیان دوران کند، کوپل نیروی بازگردان و تغییرمکان افقی مرکز شناوری (r) چقدر است؟ (فاصله مرکز ثقل قایق تا مرکز شناوری ۰/۵ متر است، $\rho = 1000\,kg/m^3$ و $g = 10\,m/s^2$) (سراسری - ۸۷)

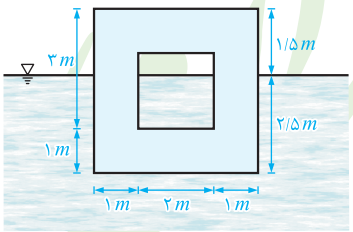
۱) کوپل نیروی بازگردان ۲۰ تن متر و $r = 36\,mm$
۲) کوپل نیروی بازگردان ۲ تن متر و $r = 36\,mm$
۳) کوپل نیروی بازگردان ۲۰ تن متر و $r = 15\,mm$
۴) کوپل نیروی بازگردان ۲ تن متر و $r = 15\,mm$

۱۱-مکعبی به ابعاد b و استوانه‌ای به ارتفاع b و قطر b مانند شکل، در روی آب شناور هستند. در صورتی که ماده تشکیل‌دهنده هر دو شناور یکی باشد، کدام شرط درمورد چگالی نسبی (S)، جهت تعادل پایدار چرخشی در هر دو حالت صحیح است؟ ($I = \frac{\pi D^4}{64}$ ممان اینرسی مقطع دایره به قطر D) (سراسری - ۸۸)



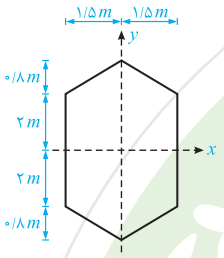
۱) $S(1-S) > \frac{1}{6}$
۲) $S(1-S) > \frac{1}{8}$
۳) $S(1-S) < \frac{1}{6}$
۴) $S(1-S) < \frac{1}{8}$

۱۲- یک الوار چوبی به طول $6\,m$ و با مقطع توخالی نشان داده شده، در سطح آب شناور است. کدام‌یک از عبارت‌های زیر درمورد وضعیت پایداری آن صحیح است؟

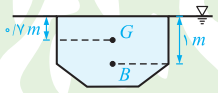


۱) قدرمطلق ارتفاع متاسنتریک آن ۱/۸۳ متر بوده و پایدار است.
۲) قدر مطلق ارتفاع متاسنتریک آن ۱/۸۳ متر بوده و ناپایدار است.
۳) قدر مطلق ارتفاع متاسنتریک آن ۰/۳ متر بوده و پایدار است.
۴) قدر مطلق ارتفاع متاسنتریک آن ۰/۳ متر بوده و ناپایدار است.

۱۳- مطابق شکل یک کشتی در سطح آب شناور می‌باشد و وزن آب جابه‌جا شده توسط قسمت مستغرق در آب برابر $۳۰kN$ است. مقطع کشتی موازی با سطح آب به‌صورت شکل داده شده است. اگر در اثر امواج، این کشتی حول محور y به اندازه $۰/۰۵rad$ دوران کند، مقدار و نوع کوپل ناشی از نیروهای وزن و شناوری را تعیین کنید.



(شکل مقطع موازی سطح آب)



(شکل قسمت مستغرق در آب)

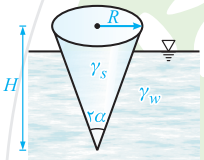
۱) ۴/۲۷۵ کیلونیوتن متر و بازگرداننده

۲) ۴/۵ کیلونیوتن متر و واژگون‌کننده

۳) ۴/۲۷۵ کیلونیوتن متر و واژگون‌کننده

۴) ۴/۵ کیلونیوتن متر و بازگرداننده

۱۴- مخروط توپری به وزن مخصوص γ_s مطابق شکل در آب به وزن مخصوص γ_w شناور است. حداقل زاویه α را به نحوی تعیین کنید که پایداری مخروط شناور تأمین شود. مخروط همگن است و مرکز حجم آن به فاصله $۰/۷۵H$ از رأس قرار دارد. (s چگالی نسبی مخروط می‌باشد.)



۱) $\alpha = arctan\left[\dfrac{۱-s^{\frac{۲}{۳}}}{s^{\frac{۲}{۳}}}\right]^{\frac{۱}{۲}}$

۲) $\alpha = arctan\left[\dfrac{۱-s}{s}\right]^{\frac{۱}{۳}}$

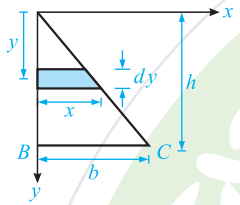
۳) $\alpha = arctan\left[\dfrac{۱-s^{\frac{۱}{۳}}}{s^{\frac{۱}{۳}}}\right]^{\frac{۱}{۲}}$

۴) $\alpha = arctan\left[\dfrac{۱-s}{s}\right]^{\frac{۱}{۲}}$

۱- (۴)

از آنجاکه وزن مخصوص سیال متغیر است، بنابراین برای محاسبهٔ لنگر نیروی هیدرواستاتیک باید از روش انتگرال‌گیری استفاده کنیم. بدین منظور طبق گام‌بندی گفته شده در قسمت تکمیلی می‌نویسیم:

گام اول و دوم: المان سطح dA را مطابق شکل بر روی دریچه انتخاب کرده و آن را بر حسب y می‌نویسیم:



$$\begin{cases} dA = x\,dy \\ \dfrac{x}{y} = \dfrac{b}{h} = \dfrac{۲}{۱} = ۲ \Rightarrow x = ۲y \end{cases} \Rightarrow dA = ۲y\,dy$$

گام سوم: حال باید مقدار P را روی المان مذکور محاسبه نماییم که طبق تابع $\gamma(y)$ داده شده در صورت مسأله، داریم:

$$\gamma = ۱ + ۴y \Rightarrow P = \int_۰^y \gamma\,dy = \int_۰^y (۱+۴y)\,dy = y + ۲y^۲$$

گام چهارم: در نهایت برای محاسبه لنگر ناشی از نیروی هیدرواستاتیک حول محور AB، از رابطهٔ انتگرالی لنگر استفاده می‌کنیم و از آن بین مرزهای بالایی و پایینی سطح مثلثی انتگرال می‌گیریم:

$$M_{AB} = \int dM = \int dF \times \text{بازو} = \int PdA \times \frac{x}{۲} = \int (y + ۲y^۲)(۲y\,dy)(\frac{۲y}{۲})$$

$$= \int_۰^۱ (۴y^۴ + ۲y^۳)\,dy = \frac{۴}{۵}y^۵ + \frac{۱}{۲}y^۴\Big]_۰^۱ = \frac{۴}{۵} + \frac{۱}{۲} = ۱/۳\ kN.m$$

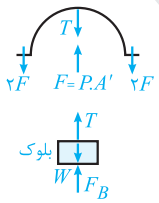
۲- (۱)

همانطور که در قسمت تکمیلی گفته شد، برای محاسبهٔ نیروی ناشی از فشار یکنواخت یک گاز (که در راستای قائم است)، باید تصویر سطح منحنی روی صفحهٔ افق را بیابیم. در این مسأله تصویر موردنظر، دایره‌ای به قطر $۲m$ می‌شود، بنابراین می‌توان نوشت:

$$F = F_y = PA' = (۱۰۰)(\frac{\pi \times ۲^۲}{۴}) = ۱۰۰\pi = ۳۱۴\,kN$$

۳- (۳)

دیاگرام جسم آزاد درپوش نیم‌کروی و نیز بلوک بتنی به‌صورت شکل زیر می‌باشند. توجه کنید که در دیاگرام جسم آزاد درپوش، نیروی قائم ناشی از هوای تحت فشار، طبق مطالب گفته شده در قسمت تکمیلی به‌صورت $F_{\text{هوا}} = PA'$ می‌باشد که A' تصویر درپوش روی صفحهٔ افق بوده و یک دایره به قطر $۲m$ می‌شود. حال در ادامه با نوشتن روابط تعادل نیروها در راستای قائم برای درپوش و بلوک بتنی، خواهیم داشت:



$$\begin{cases} \sum F_y = ۰ \ (\text{درپوش}) \Rightarrow ۴F + T = F_{\text{هوا}} = PA' \\ \sum F_y = ۰ \ (\text{بلوک}) \Rightarrow T = W - F_B \end{cases}$$

$$\Rightarrow ۴F + W - F_B = P.A' \Rightarrow (۴)(۲۰۰ \times ۱۰^۳ \times \frac{\pi d^۲}{۴}) + (۶)(۲۵) - (۶)(۱۰) = (۵ \times ۱۰)(\frac{\pi \times ۲^۲}{۴})$$

تبدیل MPa یا $MN/m^۲$ به $kN/m^۲$

$$\Rightarrow ۶۰ \times ۱۰^۴ d^۲ = ۶۰ \Rightarrow d^۲ = ۱۰^{-۴} \Rightarrow d = ۰/۰۱m = ۱۰\,mm$$

۴- (۴)

برای کندن جسم منشوری از ظرف بایستی بر نیروی فشار روی آن غلبه کنیم. فشار روی منشور شامل فشار آب و هوا (همان فشار مطلق) می‌باشد، بنابراین خواهیم داشت:

$$F = (P_G + P_{atm})A = (۱۰ \times ۹ + ۱۰۰)(۵ \times ۲\sqrt{۲}) = ۱۹۰۰\sqrt{۲}\ kN$$

۵- (۲)

با مراجعه به فلوچارت ارائه شده در بخش پایداری اجسام شناور، ملاحظه می‌شود که:

الف) پایین‌تر بودن مرکز ثقل از مرکز شناوری، برای تعادل جسم شناور کافی است.

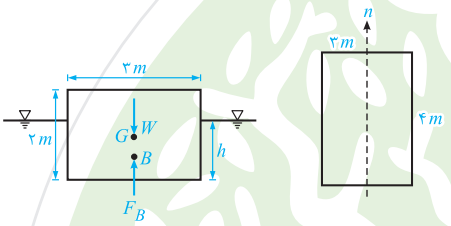
ب) مخالف صفر بودن ارتفاع متاسنتریک نه شرط کافی برای پایداری جسم شناور است و نه شرط لازم، چرا که ممکن است ارتفاع متاسنتریک منفی باشد.

ج) مثبت بودن ارتفاع متاسنتریک برای پایداری جسم شناور، لازم و کافی است. این شرط حتی در صورت بالاتر بودن مرکز ثقل از مرکز شناوری به تنهایی برای پایدار بودن جسم شناور کفایت می‌کند.

بنابراین موارد (الف) و (ج) شرط کافی برای پایدار بودن جسم شناور می‌باشند و گزینه (۲) صحیح است.

۶- (۲)

برای بررسی وضعیت پایداری این قطعه، باید ارتفاع متاسنتریک آن را در دوران حول محور ضعیف محاسبه کنیم. در این حالت با توجه به شکل خواهیم داشت:



$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow F_B = W \Rightarrow ۰/۸\gamma_w \times V_d = mg$$

$$\Rightarrow (۰/۸\times ۱۰^۴)(۳\times ۴\times h) = ۴۸۰۰\times ۱۰ \Rightarrow h = ۰/۵\ m$$

حال در ادامه ارتفاع متاسنتریک را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} \overline{MG} = \overline{MB} - \overline{GB} \\ \overline{GB} = \underbrace{\frac{۲}{۲}}_{\text{فاصلهٔ } G \text{ از کف مکعب}} - \underbrace{\frac{۰/۵}{۲}}_{\text{فاصلهٔ } B \text{ از کف مکعب}} = ۰/۷۵\ m \\ \overline{MB} = \frac{I_n}{V_d} = \frac{\frac{۱}{۱۲}\times ۳^۳\times ۴}{۴\times ۳\times ۰/۵} = ۱/۵\ m \end{cases} \Rightarrow \overline{MG} = ۱/۵ - ۰/۷۵ = ۰/۷۵\ m$$

بنابراین چون $\overline{MG} = ۰/۷۵\ m$ مثبت به‌دست آمده است، تعادل جسم از نوع پایدار می‌باشد و گزینهٔ (۲) صحیح است.

۷- (۲)

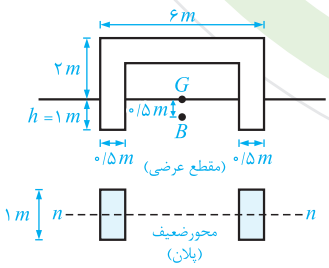
باتوجه به آنچه در متن درس اشاره شد، برای بررسی پایداری یک جسم شناور از فلوچارت ارائه شده کمک می‌گیریم:

الف) بررسی وضعیت قرارگیری مرکز ثقل و مرکز شناوری نسبت به هم:

مرکز شناوری، مرکز حجم قسمتی از جسم است که درون آب می باشد. پس در قدم اول بایستی ببینیم که چه مقدار از جسم درون آب است:

$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow F_B = W \Rightarrow (۱۰)(۱\times ۰/۵\times h\times ۲) = ۱۰ \Rightarrow h = ۱\ m$$

با توجه به شکل نتیجه می‌شود که مرکز شناوری ۰/۵ متر پایین‌تر از مرکز ثقل قرار دارد ($\overline{GB} = ۰/۵\ m$)، بنابراین تعادل جسم شناور می‌تواند پایدار، ناپایدار یا خنثی باشد که تعیین وضعیت دقیق تعادل، منوط به دانستن علامت ارتفاع متاسنتریک می‌باشد.



ب) تعیین ارتفاع متاسنتریک:

$$\begin{cases} \overline{MB} = \frac{\gamma I_n}{W} = \frac{I_n}{V_d} \quad (\text{محور ضعیف است } n) \\ V_d = ۱\times ۰/۵\times ۱\times ۲ = ۱\ m^۳ \\ I_n = ۲\times(\frac{۱}{۱۲}\times ۰/۵\times ۱^۳) = \frac{۱}{۱۲}\ m^۴ \end{cases} \Rightarrow \overline{MB} = \frac{\frac{۱}{۱۲}}{۱} = \frac{۱}{۱۲}\ m$$

$$\overline{MG} = \overline{MB} - \overline{GB} = \frac{۱}{۱۲} - ۰/۵ = -\frac{۵}{۱۲} < ۰ \Rightarrow$$ تعادل جسم شناور ناپایدار است.

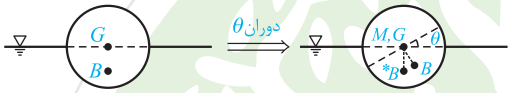
۸- (۳)

با نوشتن رابطه تعادل نیروها در امتداد قائم (برای استوانه)، خواهیم داشت:

$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow W = F_B \Rightarrow (۰/۵\gamma_w)(V) = (\gamma_w)(V_d) \Rightarrow V_d = \frac{۱}{۲}V$$

از رابطه فوق نتیجه می‌شود که استوانه تا نیمه در آب است.

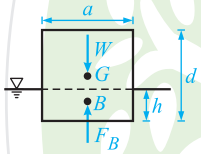
حال استوانه را به اندازه زاویه کوچک θ حول محور z دوران داده و موقعیت متاسنتر (M) را مشخص می‌کنیم:



همان‌طور که ملاحظه می‌شود در این حالت M و G بر هم منطبق می‌باشند، بنابراین $\overline{MG} = ۰$ و تعادل استوانه خنثی است.

۹- (۱)

مشابه تمرین (۴۲)، ابتدا با نوشتن رابطه تعادل نیروها در امتداد قائم برای مکعب مستطیل، حجم V_d (حجم داخل آب برای جسم شناور) و از آنجا ارتفاع h (مطابق شکل) را محاسبه می‌کنیم:



$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow W = F_B \Rightarrow \gamma_s V = \gamma_w V_d$$

$$\Rightarrow (S\gamma_w)(a^۲ d) = (\gamma_w)(a^۲ h) \Rightarrow h = Sd$$

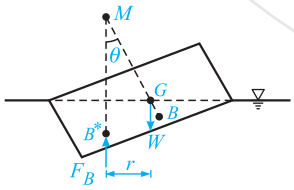
شرط برقراری تعادل پایدار در یک جسم شناور آن است که ارتفاع متاسنتریک مثبت باشد، بنابراین می‌نویسیم:

$$\begin{cases} \overline{MG} = \overline{MB} - \overline{GB} > ۰ \\ \overline{MB} = \dfrac{\gamma I}{W} = \dfrac{I}{V_d} = \dfrac{\frac{۱}{۱۲}a^۴}{a^۲ h} = \dfrac{۱}{۱۲}\left(\dfrac{a^۲}{h}\right) = \dfrac{a^۲}{۱۲Sd} \\ \overline{GB} = \dfrac{d}{۲} - \dfrac{h}{۲} = \dfrac{d}{۲} - \dfrac{Sd}{۲} = \dfrac{d}{۲}(۱-S) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{a^۲}{۱۲Sd} - \frac{d}{۲}(۱-S) > ۰ \Rightarrow \frac{a^۲}{d^۲} > ۶S(۱-S) \Rightarrow \frac{a}{d} > \sqrt{۶S(۱-S)}$$

۱۰- (۱)

شکل زیر وضعیت دوران یافته جسم شناور را نشان می‌دهد که به اندازه زاویه کوچک θ منحرف شده است:



B = مرکز شناوری قبل از دوران

B^* = مرکز شناوری بعد از دوران

G = مرکز ثقل

در این حالت برای محاسبه کوپل نیروی بازگرداننده از رابطهٔ زیر که در متن درس به آن اشاره شد، استفاده می‌کنیم:

$$M = (W)(\overline{MG})(\sin\theta) \simeq (W)(\overline{MG})(\theta) = (۲۰۰)(۴/۵)(۰/۰۲) = ۱۸\ t.m \simeq ۲۰\ t.m$$

همچنین برای تعیین تغییرمکان افقی مرکز شناوری (r)، با توجه به شکل و روابط گفته شده در متن درس خواهیم داشت:

$$r = \overline{MB} \times \sin\theta \simeq \overline{MB} \times \theta = \frac{\gamma I_n}{W} \times \theta = \frac{\gamma I_n \theta}{W}$$

که با جایگذاری مقادیر داده شده در صورت سؤال، به‌صورت زیر r را می‌یابیم:

$$r = \frac{(۱۰۰۰۰)(\frac{۱}{۱۲} \times ۲۰ \times ۶^۳)(۰/۰۲)}{(۲۰۰ \times \underbrace{\boxed{۱۰}}_{g} \times ۱۰^۳)} = ۰/۰۳۶\ m = ۳۶\ mm$$

توجه: البته اطلاعات داده شده در صورت سؤال با هم تناقض داردف زیرا:

$$\overline{MB}=\frac{I_n}{V_d}=\frac{\gamma I_n}{W}=\frac{(۱۰۰۰۰)\times(\frac{۱}{۱۲}\times ۲۰\times ۶^۳)}{(۲۰۰\times ۱۰\times ۱۰^۳)}=۱/۸\ m$$

$$\overline{MG}=\overline{MB}-\overline{GB}\ \Rightarrow\ \overline{MB}=\overline{MG}+\overline{GB}=۴/۵+۰/۵=۵\ m$$

به نظر می‌رسد طراح محترم رابطهٔ اول را استفاده کرده است!

۱۱- (۴)

الف) مکعب

ارتفاعی از مکعب که داخل آب است را با h نشان داده و رابطه تعادل نیروها در امتداد قائم را برای آن می‌نویسیم:

$$\sum F_y=۰\ \Rightarrow\ W=F_B\ \Rightarrow\ (\gamma_w S)(b^۳)=(\gamma_w)(b^۲h)\ \Rightarrow\ h=bS$$

حال شرط تعادل پایدار یعنی مثبت بودن ارتفاع متاسنتریک را اعمال می‌کنیم:

$$\overline{MG}>۰\ \Rightarrow\ \overline{MB}-\overline{GB}>۰\ \Rightarrow\ \frac{I}{V_d}-(\frac{b}{۲}-\frac{h}{۲})>۰\ \Rightarrow\ \frac{(\frac{۱}{۱۲}b^۴)}{b^۲(bS)}-(\frac{b}{۲}-\frac{bS}{۲})>۰\ \Rightarrow\ S(۱-S)<\frac{۱}{۶}$$

ب) استوانه

مشابه با آنچه در مورد مکعب انجام شد، خواهیم داشت:

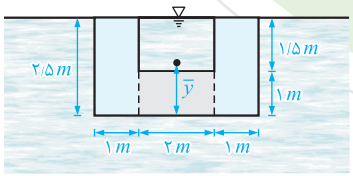
$$\sum F_y=۰\ \Rightarrow\ W=F_B\ \Rightarrow\ (\gamma_w S)(\frac{\pi b^۲}{۴}\times b)=(\gamma_w)(\frac{\pi b^۲h}{۴})\ \Rightarrow\ h=bS$$

$$\overline{MG}>۰\ \Rightarrow\ \overline{MB}-\overline{GB}>۰\ \Rightarrow\ \frac{I}{V_d}-(\frac{b}{۲}-\frac{h}{۲})>۰\ \Rightarrow\ \frac{(\frac{\pi b^۴}{۶۴})}{\frac{\pi b^۲}{۴}(bS)}-(\frac{b}{۲}-\frac{bS}{۲})>۰\ \Rightarrow\ S(۱-S)<\frac{۱}{۸}$$

پس برای برقراری تعادل پایدار در هر دو حالت (توأماً) خواهیم داشت:

$$\begin{cases}S(۱-S)<\frac{۱}{۶}\\ S(۱-S)<\frac{۱}{۸}\end{cases}\ \Rightarrow\ S(۱-S)<\frac{۱}{۸}$$

۱۲- (۴)

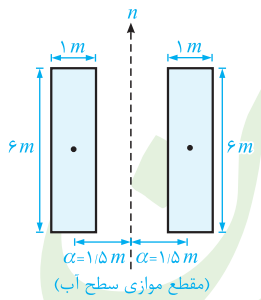


ابتدا محل مرکز شناوری الوار یعنی فاصله مرکز شناوری از پایین‌تر قسمت مقطع را به صورت زیر می‌یابیم:

$$\bar{y}=\frac{\sum A_i\bar{y}_i}{\sum A_i}=\frac{۲\times(۲/۵\times ۱)(۱/۲۵)+(۱\times ۲)(۰/۵)}{۲\times(۲/۵\times ۱)+۱\times ۲}=\frac{۲۹}{۲۸}\ m$$

بنابراین فاصله مرکز شناوری از مرکز ثقل الوار (یا همان طول $\overline{GB}$) نیز برابر می‌شود با:

$$\overline{GB}=۲-\frac{۲۹}{۲۸}=\frac{۲۷}{۲۸}\ m$$



از طرفی با توجه به شکل مقابل، ارتفاع $\overline{MB}$ برای این قطعه برابر است با:

$$\overline{MB}=\frac{I_n}{V_d}=\frac{۲\times(\frac{۶\times ۱^۳}{۱۲}+۱\times ۶\times ۱/۵^۲)}{۲\times(۲/۵\times ۱\times ۶)+(۲\times ۱\times ۶)}=\frac{۲۸}{۴۲}=\frac{۲}{۳}\ m$$

بنابراین ارتفاع متاسنتریک این قطعه برابر خواهد بود با:

$$\overline{MG}=\overline{MB}-\overline{GB}=\frac{۲}{۳}-\frac{۲۷}{۲۸}=-\frac{۲۵}{۸۴}\simeq -۰/۳\ m$$

که چون $\overline{MG} < ۰$ می‌باشد، پس قطعه ناپایدار خواهد بود و گزینهٔ (۴) پاسخ صحیح این تست است.

۱۳- (۴)

ابتدا ارتفاع متاسنتریک کشتی را برای دوران حول محور y می‌یابیم:

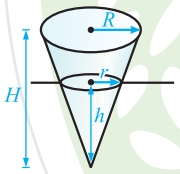
$$\begin{cases} \overline{MG} = \overline{MB} - \overline{GB} \\ \overline{GB} = ۱ - ۰/۷ = ۰/۳\ m \\ \overline{MB} = \dfrac{I_y}{V_d} = \dfrac{I_y}{(\frac{W}{\gamma_w})} = \dfrac{(\frac{۱/۶ \times ۳^۳}{۴۸}) + (\frac{۴ \times ۳^۳}{۱۲})}{(\frac{۳۰}{۱۰})} = ۳/۳\ m \end{cases} \Rightarrow \overline{MG} = ۳/۳ - ۰/۳ = ۳\ m > ۰$$

چون ارتفاع متاسنتریک مثبت به‌دست آمده است، بنابراین تعادل کشتی پایدار و کوپل آن بازگرداننده بوده و برابر است با:

$$M = W \times \overline{MG} \times \sin\theta \overset{\sin\theta \simeq \theta \ (\theta \text{ خیلی کوچک است})}{\simeq} W \times \overline{MG} \times \theta = ۳۰ \times ۳ \times ۰/۰۵ = ۴/۵\ kN.m$$

۱۴- (۳)

برای شروع حل این مسأله، ابتدا ارتفاعی از مخروط را که داخل آب است با h نشان داده و شعاع متناظر با آن یعنی شعاع مقطعی از مخروط که در تراز سطح آزاد آب قرار دارد را r می‌نامیم. در این حالت اگر رابطهٔ تعادل نیروها در امتداد قائم را بنویسیم، خواهیم داشت:



$$\begin{cases} \sum F_y = ۰ \Rightarrow W = F_B \\ W = \gamma_s V = (\gamma_s)(\frac{۱}{۳}\pi R^۲ H) \quad , \quad R = H\tan\alpha \Rightarrow W = \frac{\pi}{۳}\gamma_s H^۳ \tan^۲\alpha \\ F_B = \gamma_w V_d = (\gamma_w)(\frac{۱}{۳}\pi r^۲ h) \quad , \quad r = h\tan\alpha \Rightarrow F_B = \frac{\pi}{۳}\gamma_w h^۳ \tan^۲\alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{h}{H} = (\frac{\gamma_s}{\gamma_w})^{\frac{۱}{۳}} = (S)^{\frac{۱}{۳}}$$

حال شرط تعادل پایدار، یعنی مثبت بودن ارتفاع متاسنتریک را اعمال می‌کنیم:

$$\overline{MG} > ۰ \Rightarrow \overline{MB} - \overline{GB} > ۰ \Rightarrow \frac{I_n}{V_d} > \overline{GB}$$

و در ادامه با یافتن مقادیر I_n، V_d و $\overline{GB}$ خواهیم داشت:

$$\begin{cases} I_n = \dfrac{\pi r^۴}{۴} = \dfrac{\pi}{۴} h^۴ \tan^۴\alpha \\ V_d = \dfrac{۱}{۳}\pi r^۲ h = \dfrac{\pi}{۳} h^۳ \tan^۲\alpha \\ \overline{GB} = \dfrac{۳}{۴}H - \dfrac{۳}{۴}h = \dfrac{۳}{۴}\left[\dfrac{h}{S^{\frac{۱}{۳}}}\right] - \dfrac{۳}{۴}h = \dfrac{۳}{۴}h\left[\dfrac{۱ - S^{\frac{۱}{۳}}}{S^{\frac{۱}{۳}}}\right] \end{cases}$$

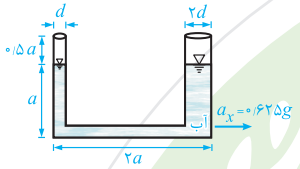
$$\text{اعمال شرط تعادل پایدار} \Rightarrow \frac{\frac{\pi}{۴}h^۴\tan^۴\alpha}{\frac{\pi}{۳}h^۳\tan^۲\alpha} > \frac{۳}{۴}h\left[\frac{۱ - S^{\frac{۱}{۳}}}{S^{\frac{۱}{۳}}}\right] \Rightarrow \tan\alpha > \left[\frac{۱ - S^{\frac{۱}{۳}}}{S^{\frac{۱}{۳}}}\right]^{\frac{۱}{۲}}$$

بنابراین حداقل زاویه α برای تأمین پایداری مخروط برابر است با:

$$\alpha = Arctan\left[\frac{۱ - S^{\frac{۱}{۳}}}{S^{\frac{۱}{۳}}}\right]^{\frac{۱}{۲}}$$

تست‌های تکمیلی فصل چهارم

۱- لوله‌ای مطابق شکل زیر با شتاب $a_x = ۰/۶۲۵g$ به‌سمت راست در حرکت است. حجم آب تخلیه شده به بیرون چقدر است؟ ($d << a$ و $\pi = ۳$)



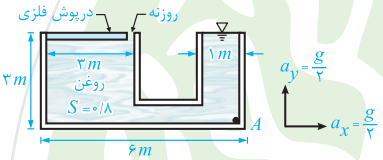
۱) صفر

۲) $۱/۷۵ d^۲a$

۳) $۰/۸۷۵ d^۲a$

۴) $۱/۸۷۵ d^۲a$

۲- بر روی ظرف نشان داده در شکل مقابل یک درپوش فلزی قرار می‌دهیم و روزنهٔ کوچکی نیز در آن ایجاد می‌کنیم. تحت حرکت شتابدار داده شده فشار در نقطهٔ A چند کیلوپاسکال است؟



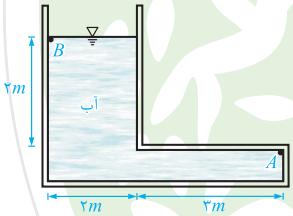
۱) ۱۶

۲) ۲۴

۳) ۲۰

۴) ۳۰

۳- ظرفی به شکل L مطابق شکل حاوی مقداری مایع با چگالی نسبی $S = ۱/۲$ است. اگر مجموعه تحت حرکت شتابدار خطی افقی با شتاب ثابت قرار بگیرد، در آن‌صورت شتاب حرکت ظرف چند $m/s^۲$ باشد تا فشار دو نقطهٔ A و B با هم برابر شود؟



۱) $۰/۸ g$

۲) $۰/۴ g$

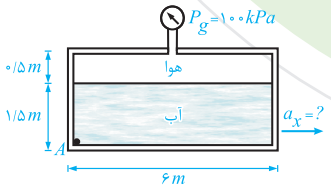
۳) $۰/۶ g$

۴) $۰/۶۶ g$

۴- ظرف بسته‌ای که قاعدهٔ آن مربع به ضلع ۴ متر و ارتفاعش ۲ متر است به‌طور کامل از آب پر شده است. ظرف تحت شتاب افقی ثابت قرار می‌گیرد، به‌طوری که نیروی وارد بر انتهای آن دو برابر نیروی وارد بر جلوی ظرف می‌شود. نیروی وارد بر کف ظرف چند کیلو نیوتن است؟ ($\gamma_w = ۱۰ kN/m^۳$)

۱) ۳۲۰ ۲) ۴۰۰ ۳) ۴۸۰ ۴) ۶۰۰

۵- ظرفی مطابق شکل محتوی آب است. ظرف با چه شتاب افقی به‌سمت راست حرکت کند تا فشار نسبی در نقطهٔ A برابر $۱۴۰ kPa$ شود؟ ($\gamma_w = ۱۰ kN/m^۳$)



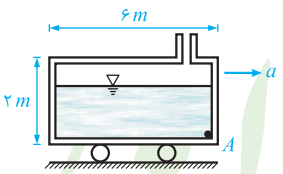
۱) g

۲) $\frac{g}{۲}$

۳) $\frac{۲g}{۳}$

۴) $\frac{۳g}{۴}$

۶- در شکل زیر شتاب افقی مخزن به‌سمت راست (a) چقدر باشد تا فشار نسبی در نقطهٔ A برابر صفر گردد؟ قبل از حرکت ثلث حجم مخزن خالی است و بعد از حرکت، آب به آن وارد یا خارج نمی‌شود. (سراسری - ۷۲)



۱) $a = \frac{۲}{۳}g$

۲) $a = \frac{۱}{۲}g$

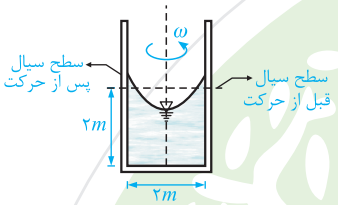
۳) $a = ۲g$

۴) $a = g$

۷- یک مخزن استوانه‌ای دربسته پر از آب، حول محور قائمی که از مرکز آن می‌گذرد، دوران می‌کند. اگر شعاع استوانه ۱ متر، ارتفاع آن ۲ متر و سرعت دوران $۱۰ rad/s$ باشد، نیروی وارد بر کف مخزن چند برابر نیروی وارد بر درپوش بالای آن خواهد بود؟ ($\rho_w = ۱۰^۳ kg/m^۳$ ، $g = ۱۰ m/s^۲$)

۱) ۴ ۲) ۱/۸ ۳) ۲/۲۵ ۴) ۴/۵

۸- یک مخزن استوانه‌ای مطابق شکل حاوی سیالی با وزن مخصوص $\gamma = ۱۰۰۰۰\ N/m^۳$ می‌باشد. مخزن با سرعت زاویه‌ای $\omega = ۲\ rad/s$ حول محور قائم عبوری از مرکز قاعده‌اش دوران کرده و به‌طور همزمان با شتاب ثابت $a_y = \frac{g}{۲}$ نیز به سمت پایین در حرکت است. حداقل و حداکثر فشار ایجاد شده در کف ظرف به‌ترتیب چند kPa است؟



۱) ۹/۵ و ۱۰/۵

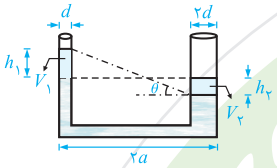
۲) ۱۹ و ۲۱

۳) ۲۸/۵ و ۳۱/۵

۴) ۹ و ۱۱

۱- (۴)

ابتدا فرض می‌کنیم هیچ آبی از مجموعه به بیرون تخلیه نمی‌شود که بر این اساس، حجم آب پایین رفته در لولهٔ جلویی ($V_۲$) با حجم آب بالا آمده در لولهٔ عقبی ($V_۱$) برابر خواهند بود:



$$V_۱ = V_۲ \Rightarrow (\frac{\pi d^۲}{۴})\, h_۱ = \left[\frac{\pi (۲d)^۲}{۴}\right] h_۲$$

$$\Rightarrow h_۲ = \frac{h_۱}{۴}$$

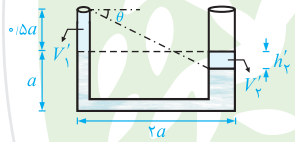
از طرفی با استفاده از شیب سطح آزاد مایع می‌توان نوشت:

$$\tan\theta = \frac{a_x}{a_y + g} = \frac{۰/۶۲۵ g}{۰ + g} = ۰/۶۲۵$$

$$\tan\theta = \frac{h_۱ + h_۲}{۲a} \Rightarrow ۰/۶۲۵ = \frac{h_۱ + \frac{h_۱}{۴}}{۲a}$$

$$\Rightarrow h_۱ = a > ۰/۵\, a \quad \text{(ارتفاع خالی لولهٔ عقبی)}$$

پس آب حتماً از طریق لولهٔ عقبی به بیرون تخلیه می‌شود و به همین دلیل فرض اولیهٔ ما نادرست بوده و شکل آب در مجموعه به‌صورت زیر خواهد بود. در این شرایط می‌توان حجم مایع بیرون ریخته شده را به‌صورت زیر محاسبه کرد:



$$V'_۲ = V'_۱ + V_{\text{بیرون ریخته}}$$

$$V'_۱ = (\frac{\pi d^۲}{۴}) \times (۰/۵\, a) = ۰/۳۷۵\, d^۲ a$$

$$\begin{cases} V'_۲ = \left[\frac{\pi (۲d)^۲}{۴}\right](h'_۲) \\ \tan\theta = ۰/۶۲۵ = \frac{(۰/۵\, a) + h'_۲}{۲a} \Rightarrow h'_۲ = ۰/۷۵\, a \end{cases}$$

$$\Rightarrow V'_۲ = \left[\frac{\pi (۲d)^۲}{۴}\right](۰/۷۵\, a) = ۲/۲۵\, d^۲ a$$

$$V'_۲ = V'_۱ + V_{\text{بیرون ریخته}} \Rightarrow ۲/۲۵\, d^۲ a = ۰/۳۷۵\, d^۲ a + V_{\text{بیرون ریخته}}$$

$$\Rightarrow V_{\text{بیرون ریخته}} = ۱/۸۷۵\, d^۲ a$$

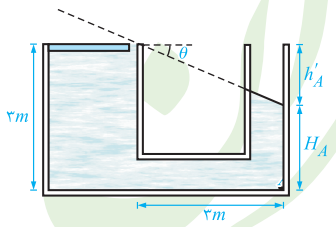
بنابراین گزینه (۴) صحیح است.

۲- (۲)

ابتدا شیب سطح آزاد مایع را به‌دست می‌آوریم:

$$\tan\theta = \frac{a_x}{a_y + g} = \frac{\frac{g}{۲}}{\frac{g}{۲} + g} = \frac{۱}{۳}$$

از طرفی می‌دانیم چون فشار در محل روزنه برابر صفر است، بنابراین سطح آزاد مایع باید از این نقطه عبور کند. پس شکل مایع داخل ظرف به‌صورت زیر خواهد شد که از آنجا فشار نقطهٔ A به‌دست می‌آید:



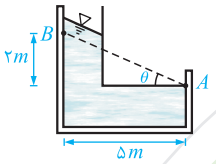
$$P_A = \gamma H_A (۱ + \frac{a_y}{g})$$

$$H_A = ۳ - h'_A = ۳ - ۳ \times \tan\theta = ۳ - ۳ \times \frac{۱}{۳} = ۲m$$

$$\Rightarrow P_A = (۰/۸ \times ۱۰)(۲)(۱ + \frac{\frac{g}{۲}}{g}) = ۲۴\, kPa$$

۳- (۲)

اگر پس از حرکت شتابدار موردنظر دو نقطهٔ A و B همفشار باشند، در آن‌صورت شیب خط هم‌فشار عبوری از این دو نقطه به‌صورت نشان داده شده در شکل بوده و برابر است با:



$$\tan\theta = \frac{۲}{۵} = ۰/۴$$

از طرفی شیب خطوط هم‌فشار نسبت به افق، براساس مقادیر شتاب مجموعه برابر است با:

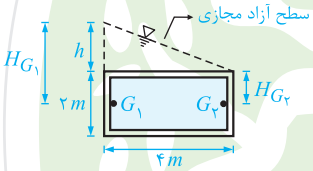
$$\tan\theta = \frac{a_x}{a_y + g}$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$۰/۴ = \frac{a_x}{۰ + g} \Rightarrow a_x = ۰/۴\, g$$

۴- (۲)

همانطورکه در تمرین (۲۳) از متن درس نیز گفته شد وضعیت سطح آزاد مجازی مایع درون مخزن به‌صورت زیر است که در ادامه با توجه به اطلاعات داده شده در مورد نیروی وارد بر سطوح جلویی و عقبی ظرف، ارتفاع h را می‌یابیم.

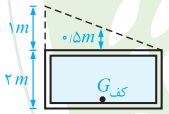


$$F_۱ = ۲F_۲ \,،\, F_۱ = \gamma H_{G_۱} A\,(۱ + \frac{a_y}{g}) \,،\, F_۲ = \gamma H_{G_۲} A\,(۱ + \frac{a_y}{g})$$

$$\Rightarrow H_{G_۱} = ۲H_{G_۲}$$

$$\Rightarrow (h + ۱) = ۲ \times (۱) \Rightarrow h = ۱\,m$$

حال برای محاسبه نیروی وارد بر کف ظرف می‌نویسیم:

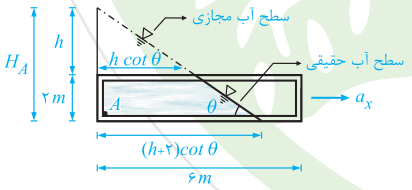


$$F_{کف} = (P_G A)_{کف} = [\,\gamma H_{G_{کف}} (۱ + \frac{a_y}{g})]\, A_{کف}$$

$$= [(۱۰)(۲/۵)(۱ + \frac{۰}{g})](۴ \times ۴) = ۴۰۰\, kPa$$

۵- (۳)

برای شروع حل این مسأله فرض می‌کنیم که سطح آب در حالت تثبیت شده (که البته قسمتی از آن نیز مجازی است)، به‌صورت مقابل می‌باشد. در این شرایط چون فشار در سطح آب تغییر نکرده است، بنابراین سطح هم‌فشار رسم شده نیز دارای فشار $۱۰۰\, kPa$ می‌باشد. از این‌رو برای آنکه فشار در A برابر $۱۴۰\, kPa$ شود باید داشته باشیم:



فشار ناشی از سیال

$$P_A = \boxed{۱۰۰} + \boxed{\gamma H_A (۱ + \frac{a_y}{g})} \Rightarrow ۱۴۰ = ۱۰۰ + (۱۰)(h + ۲)(۱ + \frac{۰}{g}) \Rightarrow h = ۲m$$

فشار در سطح آب

از طرفی حجم آب داخل ظرف تغییر نکرده است، لذا می‌توان نوشت:

$$V_۱ = V_۲ \Rightarrow (۱/۵ \times ۶)(b) = \left[\frac{h\cot\theta + (h + ۲)\cot\theta}{۲} \times ۲\right](b) \Rightarrow ۹ = ۲\cot\theta\,(h + ۱)$$

که با جایگذاری $h = ۲\,m$ در رابطهٔ فوق، خواهیم داشت:

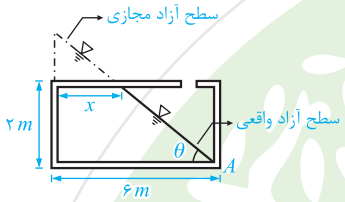
$$۹ = ۲\cot\theta \times (۲ + ۱) \Rightarrow \cot\theta = \frac{۳}{۲} \Rightarrow \tan\theta = \frac{۲}{۳}$$

درنهایت نیز مقدار شتاب a_x برابر است با:

$$\tan\theta = \frac{a_x}{a_y + g} \Rightarrow \frac{۲}{۳} = \frac{a_x}{۰ + g} \Rightarrow a_x = \frac{۲}{۳} g$$

۶- (۲)

فشار نسبی در نقطهٔ A زمانی مساوی صفر می‌شود که این نقطه بر روی سطح آزاد مایع قرار گیرد. با فرض این‌که حرکت مخزن با شتاب ثابت a باعث وقوع چنین حالتی شده است، سطح آزاد آب را ترسیم کرده و با توجه به ثابت بودن حجم آب درون مخزن، می‌نویسیم:

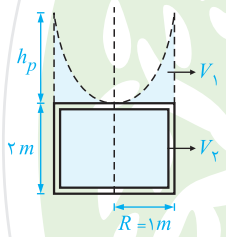


$$V_۱ = V_۲ \Rightarrow \frac{۲}{۳}(۶\times ۲\times L) = (x+۶)\left(\frac{۲}{۲}\right)(L) \Rightarrow x = ۲\,m$$

$$tan\theta = \frac{a_x}{a_y + g} \Rightarrow \frac{۲}{(۶-۲)} = \frac{a}{۰+g} \Rightarrow a = \frac{g}{۲}$$

۷- (۲)

همانطور که در تمرین (۲۴) توضیح داده شد، وضعیت سطح آزاد مجازی مایع درون مخزن (روغن) به‌هنگام دوران حول محور قائم به‌صورت زیر خواهد بود. بنابراین می‌توان نوشت:



$$h_p = \frac{\omega^۲ r_۰^۲}{۲g} = \frac{۱۰^۲\times ۱^۲}{۲\times ۱۰} = ۵\,m$$

$$F_{\text{درپوش}} = \gamma V_۱ = (۱۰)\left[\frac{۱}{۲}\times\pi\times ۱^۲\times ۵\right] = ۲۵\,\pi\,kN$$

$$F_{\text{کف}} = \gamma(V_۱ + V_۲) = (۱۰)\left[\frac{۱}{۲}\times\pi\times ۱^۲\times ۵ + \pi\times ۱^۲\times ۲\right] = ۴۵\,\pi\,kN$$

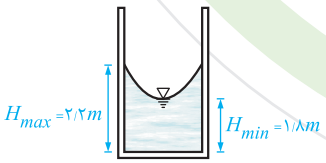
$$\frac{F_{\text{کف}}}{F_{\text{درپوش}}} = \frac{۴۵\pi}{۲۵\pi} = ۱/۸$$

۸- (۱)

ابتدا ارتفاع سهمی‌گون ایجاد شده در سطح سیال (h_p) ناشی از این حرکت دورانی را به‌دست می‌آوریم:

$$h_p = \frac{\omega^۲ r_۰^۲}{(g+a_y)} = \frac{۲^۲\times ۱^۲}{۲\times(۱۰+\frac{-۱۰}{۲})} = ۰/۴\,m \Rightarrow \frac{h_p}{۲} = \frac{۰/۴}{۲} = ۰/۲$$

در ادامه ملاحظه می‌شود که ارتفاع‌های H_{max} و H_{min} مطابق شکل زیر می‌باشند و در نهایت مقادیر P_{max} و P_{min} در کف ظرف به‌صورت زیر محاسبه می‌شوند:



$$P_{max} = \gamma(۱+\frac{a_y}{g})\times H_{max} = (۱۰)(۱+\frac{-\frac{g}{۲}}{g})(۲/۲) = ۱۱\,kPa$$

$$P_{min} = \gamma(۱+\frac{a_y}{g})H_{min} = (۱۰)(۱+\frac{-\frac{g}{۲}}{g})(۱/۸) = ۹\,kPa$$

تست‌های تکمیلی فصل پنجم

۱- یک جریان دارای میدان سرعت $\vec{V}=(۳-۲yx)\hat{i}+(۳x+y^{۲})\hat{j}$ می‌باشد. تابع جریان آن کدام است؟

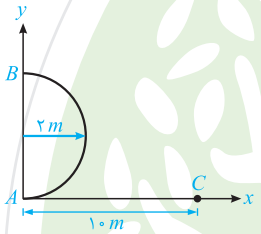
۱) $\psi=\frac{۳}{۲}x^{۲}+۲y^{۲}x-۳y+C$

۲) $\psi=\frac{۳}{۲}x^{۲}+۲y^{۲}x+۳y+C$

۳) $\psi=-\frac{۳}{۲}x^{۲}+y^{۲}x+۳y+C$

۴) $\psi=\frac{۳}{۲}x^{۲}+y^{۲}x-۳y+C$

۲- تابع جریان ψ به‌صورت $\psi=x^{۲}+۲xy+۴t^{۲}y$ داده شده است. در لحظهٔ $t=۲sec$ دبی گذرنده از مسیر نیم‌دایره‌ای که در شکل نشان داده شده (Q_{AB}) و دبی گذرنده از خط A تا C (Q_{AC}) چقدر است؟ (سراسری-۸۵)



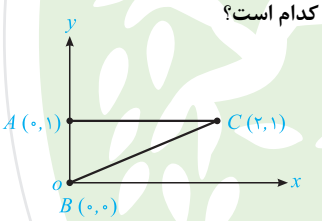
۱) $Q_{AB}=۶۴\,m^{۳}/s$ و $Q_{AC}=۱۰۰\,m^{۳}/s$

۲) $Q_{AB}=۳۶\,m^{۳}/s$ و $Q_{AC}=۱۰۰\,m^{۳}/s$

۳) $Q_{AB}=۱۰۰\,m^{۳}/s$ و $Q_{AC}=۶۴\,m^{۳}/s$

۴) $Q_{AB}=۶۲/۸\,m^{۳}/s$ و $Q_{AC}=۱۰۰\,m^{۳}/s$

۳- در تابع جریان $\psi=x^{۲}+۲xy+t^{۲}y^{۲}$، دبی گذرنده از مسیر BC در واحد عرض (q_{BC}) در لحظه $t=۲$ ثانیه کدام است؟



۱) $۱۲\,m^{۳}/s.m$

۲) $۶\,m^{۳}/s.m$

۳) $۳\,m^{۳}/s.m$

۴) $۱\,m^{۳}/s.m$

۴- اگر در یک جریان تراکم‌ناپذیر دو بعدی تابع جریان به‌صورت $\psi=x^{۲}y^{۲}+۳x$ باشد، سرعت جریان را در نقطه $A(-۲,۱)$ تعیین کنید.

۱) $\vec{V}=\hat{i}-۸\hat{j}$

۲) $\vec{V}=۸\hat{i}-\hat{j}$

۳) $\vec{V}=\hat{i}+۸\hat{j}$

۴) $\vec{V}=-۸\hat{i}-\hat{j}$

۵- معادلهٔ ناویر - استوکس براساس کدام قانون بنا شده است؟

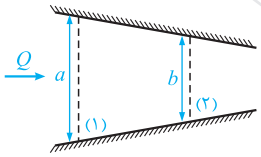
۱) قانون پیوستگی

۲) قانون بقای انرژی

۳) قانون دوم نیوتن $(\sum F=ma)$

۴) هر سه قانون

۶- در شکل زیر که یک مجرای هم‌گرا را نشان می‌دهد، با صرف‌نظر از اثرات لزجت، نسبت گرادیان فشار در جهت جریان در مقطع (۱) به مقطع (۲) کدام است؟ (جریان دائمی می‌باشد)



مقطع همگرا با عرض ثابت

۱) $\frac{b}{a}$

۲) $(\frac{b}{a})^{۳}$

۳) $(\frac{b}{a})^{۲}$

۴) قابل محاسبه نیست.

۱- (۴)

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \Psi}{\partial x} = +v \;\Rightarrow\; \dfrac{\partial \Psi}{\partial x} = +3x + y^2 \;\Rightarrow\; \Psi = +\dfrac{3}{2}x^2 + xy^2 + f(y) \\ \dfrac{\partial \Psi}{\partial y} = -u \;\Rightarrow\; +2xy + f'(y) = -3 + 2yx \;\Rightarrow\; f(y) = -3y + C \end{cases}$$

$$\Rightarrow\; \Psi = +\frac{3}{2}x^2 + xy^2 - 3y + C$$

۲- (۱)

مشابه با تمرین (۲۶)، از متن درس می‌نویسیم:

$$\Psi = x^2 + 2xy + 4t^2 y$$

$$Q_{AB} = \Psi_B - \Psi_A = (0 + 2\times 0\times 4 + 4\times 2^2\times 4) - (0) = 64\, m^3/s$$

$$Q_{AC} = \Psi_C - \Psi_A = (10^2 + 2\times 10\times 0 + 4\times 2^2\times 0) - (0) = 100\, m^3/s$$

۳- (۱)

مشابه با تست قبلی می‌نویسیم:

$$q_{BC} = \psi_C - \psi_B = (2^2 + 2\times 2\times 1 + 2^2\times 1^2) - (0+0+0) = 12\, m^3/s.m$$

۴- (۴)

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \Psi}{\partial x} = +v \;\Rightarrow\; 2xy^2 + 3 = +v \;\Rightarrow\; v = 2xy^2 + 3 \\ \dfrac{\partial \Psi}{\partial y} = -u \;\Rightarrow\; 2x^2 y = -u \;\Rightarrow\; u = -2x^2 y \end{cases}$$

$$\vec{V} = u\hat{i} + v\hat{j} \;\Rightarrow\; \vec{V} = (-2x^2 y)\hat{i} + (+2xy^2 + 3)\hat{j} \;\Rightarrow\; \vec{V}_{(-2,1)} = -8\hat{i} - \hat{j}$$

۵- (۳)

همانطورکه در متن درس هم گفته شد، معادلهٔ ناویر - استوکس نیروهای وارد بر یک المان از سیال را براساس رابطهٔ $\sum F = ma$ (قانون دوم نیوتن) بررسی می‌کند.

۶- (۲)

طبق معادلهٔ ناویر - استوکس می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \rho a_x = -\dfrac{\partial P}{\partial x} + \mu\left(\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right) \\ a_x = u\dfrac{\partial u}{\partial x} \end{cases} \xrightarrow[\mu \simeq 0]{\text{صرف‌نظر از لزجت}} \rho u \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\partial P}{\partial x} \;\Rightarrow\; \frac{(\frac{\partial P}{\partial x})_1}{(\frac{\partial P}{\partial x})_2} = \frac{u_1}{u_2} \times \frac{(\frac{\partial u}{\partial x})_1}{(\frac{\partial u}{\partial x})_2}$$

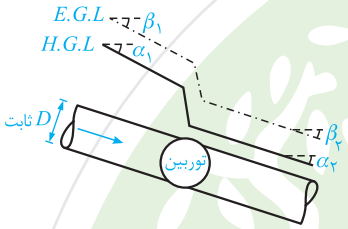
از طرفی $u(x)$ به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$u(x) = \frac{Q}{A(x)} \;\Rightarrow\; \begin{cases} \dfrac{u_1}{u_2} = \dfrac{A_2}{A_1} = \dfrac{b \times \overset{\text{عرض صفحه}}{\boxed{L}}}{a \times L} = \dfrac{b}{a} \\ \dfrac{\partial u}{\partial x} = -\dfrac{Q}{A^2(x)} \times \dfrac{dA(x)}{dx} \xrightarrow[\text{خطی است}]{A(x) = c_1 x + c_2} \dfrac{\partial u}{\partial x} = -\dfrac{Q}{A^2(x)} \times c_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow\; \frac{(\frac{\partial u}{\partial x})_1}{(\frac{\partial u}{\partial x})_2} = \frac{-\frac{Q}{A_1^2}\times c_1}{-\frac{Q}{A_2^2}\times c_1} = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 = \left(\frac{b}{a}\right)^2 \;\Rightarrow\; \frac{(\frac{\partial P}{\partial x})_1}{(\frac{\partial P}{\partial x})_2} = \frac{b}{a} \times \left(\frac{b}{a}\right)^2 = \left(\frac{b}{a}\right)^3$$

تست‌های تکمیلی فصل ششم

۱- در یک لوله با قطر ثابت یک توربین در مسیر جریان قرار گرفته است. آب از بالا به توربین وارد شده و از پایین آن خارج می‌شود. اگر α_1 و α_2 شیب خط تراز هیدرولیکی $(H.G.L)$ و β_1 و β_2 شیب خط تراز انرژی کل $(E.G.L)$ به‌ترتیب در قبل و بعد از مقطع نصب توربین را نشان دهند، در آن‌صورت کدام گزینه صحیح خواهد بود؟



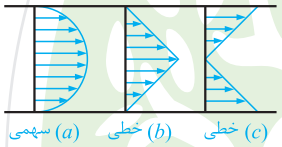
۱) $\alpha_1 = \alpha_2 = \beta_1 = \beta_2$

۲) $\alpha_1 > \alpha_2 \ , \ \beta_1 > \beta_2$

۳) $\alpha_1 = \alpha_2 \ , \ \beta_1 > \beta_2$

۴) $\alpha_1 = \alpha_2 \neq \beta_1 = \beta_2$

۲- برای توزیع سرعت‌های زیر در یک لوله، مشخص نمایید که کدام‌یک از عبارت‌های زیر درمورد ضریب تصحیح انرژی جنبشی α صحیح است؟ (سراسری - ۸۷)



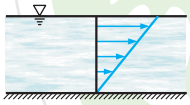
۱) هر سه حالت $\alpha > 1$

۲) هر سه حالت $\alpha < 1$

۳) در b و c، $\alpha > 1$ و در a، $\alpha < 1$

۴) در a، $\alpha > 1$ در b، $\alpha = 1$ و در c، $\alpha < 1$ است.

۳- با توجه به توزیع فرضی سرعت خطی در یک کانال مستطیلی که در شکل نشان داده شده است، مقدار ضریب تصحیح انرژی جنبشی (α) برابر است با: (سراسری - ۸۶)



۱) ۱

۲) ۲

۳) ۱/۱

۴) ۰/۵

۴- کدام‌یک از عبارت‌های زیر درمورد ضریب تصحیح انرژی جنبشی (α) در لوله‌های دایره‌ای صحیح است؟

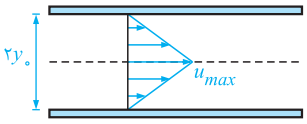
۱) مقدار ضریب تصحیح α برای جریان آرام برابر ۲ و برای جریان آشفته برابر $\frac{4}{3}$ است.

۲) مقدار ضریب تصحیح α برای جریان آرام و آشفته در حدود یک است.

۳) مقدار ضریب تصحیح α برای جریان آرام برابر ۲ و برای جریان آشفته تقریباً برابر یک است.

۴) مقدار ضریب تصحیح α برای جریان آرام بزرگتر از یک و برای جریان آشفته کوچکتر از یک است.

۵- شکل زیر توزیع سرعت بین دو صفحهٔ موازی به عرض b را نشان می‌دهد. ضریب تصحیح انرژی جنبشی برابر است با:



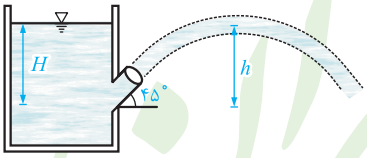
۱) $\alpha = \frac{4}{3}$

۲) $\alpha = 2$

۳) $\alpha = \frac{3}{2}$

۴) $\alpha = 1$

۶- در مخزن نشان داده شده در شکل، حداکثر ارتفاع جت خروجی (h) چقدر می‌باشد (مخزن را بزرگ در نظر بگیرید و از تلفات صرف‌نظر کنید.)



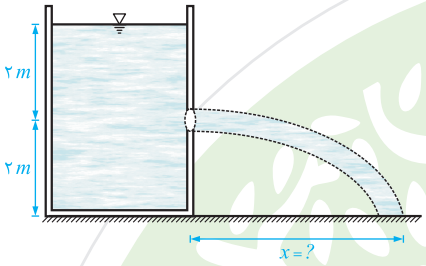
۱) $\frac{H\sqrt{2}}{2}$

۲) $\frac{H}{2}$

۳) $\frac{H\sqrt{2}}{4}$

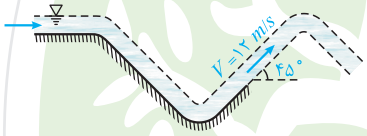
۴) $\frac{H}{4}$

۷- در شکل زیر آب به‌صورت جت آزاد از مخزن خارج می‌شود. با صرف‌نظر از تغییرات سطح آب در مخزن و چشم‌پوشی از کلیه تلفات، مقدار x را محاسبه کنید. (برحسب متر)



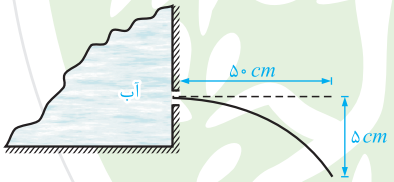
۱) $\sqrt{۲}$
۲) ۲
۳) $۲\sqrt{۲}$
۴) ۴

۸- آب از سرریز جامی شکل و با سرعت $۱۲\ m/s$ و زاویهٔ ۴۵° به هوا پرتاب می‌شود. با صرف‌نظر کردن از اصطکاک هوا بر روی حرکت جت، ماکزیمم ارتفاعی که جت بالا می‌رود برابر چند متر است؟ $(g = ۱۰\ m/s^۲)$ (سراسری - ۷۷)



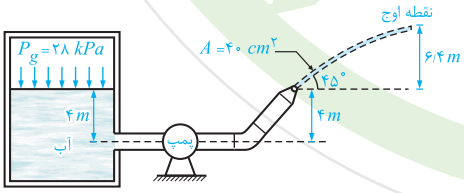
۱) ۱/۴
۲) ۲/۸
۳) ۳/۶
۴) ۴/۵

۹- سوراخ لب تیزی به قطر $۲\ cm$ به‌صورت افقی در دیواره قائم مخزن آبی وجود دارد. آب مطابق شکل از مخزن خارج می‌شود. جرم مخصوص آب $۱۰۰۰\ kg/m^۳$ و شتاب ثقل برابر $۱۰\ m/s^۲$ می‌باشد. دبی خروجی مخزن بر حسب لیتر در ثانیه کدام است؟ (سراسری - ۸۰)



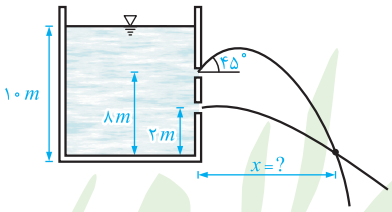
۱) ۱/۵۷
۲) ۳/۱۴
۳) ۴/۷۱
۴) ۶/۲۸

۱۰- سطح آزاد آب در مخزن بزرگ تحت فشار نسبی $۲۸\ kPa$ قرار دارد. آب به داخل لوله پمپ شده و سپس به‌صورت جت آزاد از یک نازل خارج می‌شود. توان هیدرولیکی پمپ به‌ازای اطلاعات داده شده چقدر است؟ (از کلیه تلفات صرف‌نظر کرده و شتاب ثقل و وزن مخصوص آب را به‌ترتیب برابر $۱۰\ m/s^۲$ و $\gamma_w = ۱۰\ kN/m^۳$ در نظر بگیرید.)



۱) ۶/۴ کیلو وات
۲) ۲/۴ کیلو وات
۳) ۳/۶ کیلو وات
۴) ۴/۸ کیلو وات

۱۱- مطابق شکل مقابل آب از طریق دو روزنه که در دیوارهٔ مخزن بزرگ نصب شده‌اند، به اتمسفر تخلیه می‌شود. جت‌ها پس از طی چه مسافتی (به‌صورت افقی) به هم می‌رسند؟ (از تلفات چشم‌پوشی کنید.)



۱) ۲ متر
۲) ۴ متر
۳) ۶ متر
۴) ۸ متر

۱- (۱)

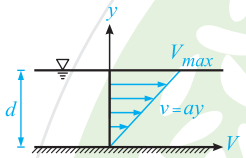
چون سرعت جریان در سراسر طول این لوله ثابت است (لوله با قطر ثابت)، بنابراین خط تراز هیدرولیکی $(H.G.L)$ و خط تراز انرژی $(E.G.L)$ با هم موازی بوده و شیب آنها در طول لوله ثابت است، یعنی $\alpha_1 = \alpha_2 = \beta_1 = \beta_2$ می‌باشد و گزینهٔ (۱) پاسخ درست این تست است.

۲- (۱)

همان‌طور که در متن درس نیز اشاره شد (نتیجه‌گیری بعد از تمرین ۲۱)، مقدار ضریب α هیچگاه نمی‌تواند کمتر از یک شود، بنابراین گزینهٔ (۱) جواب صحیح این تست است.

۳- (۲)

ابتدا با استفاده از شرایط مرزی، معادله پروفیل توزیع سرعت را به‌صورت زیر به‌دست می‌آوریم:

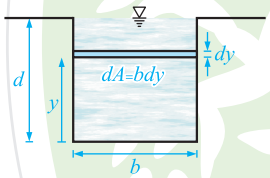


$$\begin{cases} y = d \\ V = V_{max} \end{cases} \Rightarrow V_{max} = ad \Rightarrow a = \frac{V_{max}}{d} \Rightarrow v = V_{max}\left(\frac{y}{d}\right)$$

از طرفی با توجه به خطی بودن پروفیل توزیع سرعت می‌توان نتیجه گرفت که سرعت متوسط مقطع برابر است با:

$$V = \frac{V_{max} + 0}{2} = \frac{1}{2} V_{max}$$

و در نهایت مقدار ضریب تصحیح انرژی جنبشی را به‌صورت زیر محاسبه می‌کنیم:



$$\alpha = \frac{1}{A}\int\left(\frac{v}{V}\right)^3 dA = \frac{1}{b \times d}\int_0^d \left[\frac{V_{max}\frac{y}{d}}{\frac{1}{2}V_{max}}\right]^3 (bdy) = \left(\frac{8}{d^4}\right)\left[\frac{y^4}{4}\right]_0^d = 2$$

۴- (۳)

همانطورکه در متن درس گفته شد (نتیجه‌گیری بعد از تمرین ۲۱)، برای جریان‌های آرام در لوله‌ها $\alpha = 2$ و برای جریان‌های آشفته این ضریب تقریباً برابر یک است. بنابراین گزینهٔ (۳) جواب درست این تست است.

۵- (۲)

با توجه به خطی بودن توزیع سرعت و اطلاعات داده شده در شکل سؤال، پروفیل سرعت به صورت زیر خواهد بود:

$$u = \left(1 - \frac{y}{y_0}\right)u_{max} \qquad (y = \text{فاصله قائم از محور مرکزی})$$

در ادامه پس از محاسبهٔ سرعت متوسط V، مقدار α را نیز تعیین می‌کنیم:

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{\text{حجم پروفیل سرعت}}{A} = \frac{\frac{1}{2} \times u_{max} \times 2y_0 b}{(2y_0 b)} = \frac{u_{max}}{2}$$

$$\alpha = \frac{1}{A}\int\left(\frac{u}{V}\right)^3 dA = \frac{1}{(2y_0 b)}\int_0^{y_0}\left[2\left(1 - \frac{y}{y_0}\right)\right]^3 (2b\,dy)$$

$$\alpha = 8\int_0^{y_0}\frac{1}{y_0}\left(1 - \frac{y}{y_0}\right)^3 dy = -\frac{8}{4}\left(1 - \frac{y}{y_0}\right)^4\Bigg|_0^{y_0} = 2$$

۶- (۲)

همانطور که در متن درس (در قسمت تکمیلی) گفته شده، حداکثر ارتفاع جت پرتابه به‌صورت زیر قابل تعیین است:

$$h_{max} = \frac{V_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$$

از طرفی طبق رابطهٔ توریچلی سرعت جریان خروجی از روزنه V_0 برابر است با:

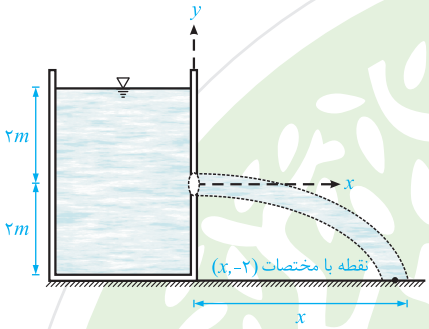
$$V_0 = \sqrt{2gH}$$

پس مقدار h_{max} به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$h_{max} = \frac{V_0^2 \sin^2\alpha}{2g} = \frac{(\sqrt{2gH})^2 \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}{2g} = \frac{H}{2}$$

۷- (۴)

مبدأ مختصات را در محل روزنه در نظر گرفته و معادلهٔ مسیر حرکت جت آزاد را می‌نویسیم:



$$y=\frac{-gx^{۲}}{۲V_{۰}^{۲}\cos^{۲}\alpha}+x\tan\alpha \xrightarrow{\alpha=۰} y=\frac{-gx^{۲}}{۲V_{۰}^{۲}}$$

از طرفی می‌دانیم سرعت خروج آب از روزنه طبق رابطهٔ توریچلی برابر است با:

$$V_{۰}=\sqrt{۲gh}=\sqrt{۲g\times ۲}=\sqrt{۴g}$$

بنابراین مقدار x به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$-۲=\frac{-g\times x^{۲}}{۲\times(۴g)} \Rightarrow x=۴\,m$$

۸- (۳)

مشابه تست شمارهٔ (۵۰)، ارتفاع اوج پرتابه به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$h_{max}=\frac{V_{۰}^{۲}\sin^{۲}\alpha}{۲g}=\frac{(۱۲^{۲})(\sin^{۲}۴۵^{\circ})}{۲\times ۱۰}=۳/۶\,m$$

۹- (۱)

محورهای مختصات را روی سوراخ دیوارهٔ مخزن مستقر کرده و معادلهٔ مسیر حرکت جت را می‌نویسیم:

$$\theta=۰ \text{ با فرض } \Rightarrow y=\frac{-gx^{۲}}{۲V_{۰}^{۲}} \Rightarrow -۰/۰۵=\frac{-۱۰\times(۰/۵)^{۲}}{۲V_{۰}^{۲}} \Rightarrow V_{۰}=۵\,m/s$$

$$Q=VA=(۵)(\frac{\pi\times ۰/۰۲^{۲}}{۴})=۰/۰۰۰۵\pi=۱/۵۷\times ۱۰^{-۳}\,m^{۳}/s=۱/۵۷\,lit/s$$

۱۰- (۱)

برای حل این مسأله:

الف) نقطهٔ (۱) را روی سطح آب مخزن، نقطهٔ (۲) را در دهانهٔ خروجی نازل و نقطهٔ (۳) را در مقطعی از جت آزاد که در ارتفاع ۶/۴ متری قرار دارد (نقطهٔ اوج) انتخاب می‌کنیم.

ب) سطح افقی گذرنده از پمپ را به‌عنوان سطح مبنا انتخاب می‌کنیم.

حال با استفاده از معادلهٔ برنولی خواهیم داشت:

معادله برنولی بین نقاط (۱) و (۲): $z_{۱}+\frac{P_{۱}}{\gamma}+\frac{V_{۱}^{۲}}{۲g}+H_{P}=z_{۲}+\frac{P_{۲}}{\gamma}+\frac{V_{۲}^{۲}}{۲g}+\Delta H$

$$\Rightarrow ۴+\frac{۲۸}{۱۰}+۰+H_{P}=۴+۰+\frac{V^{۲}}{۲g}+۰ \Rightarrow \frac{V^{۲}}{۲g}=۲/۸+H_{P} \qquad (I)$$

معادله برنولی بین نقاط (۲) و (۳): $z_{۲}+\frac{P_{۲}}{\gamma}+\frac{V_{۲}^{۲}}{۲g}=z_{۳}+\frac{P_{۳}}{\gamma}+\frac{V_{۳}^{۲}}{۲g}$

$$\Rightarrow ۰+۰+\frac{V^{۲}}{۲g}=۶/۴+۰+\frac{(V\cos ۴۵)^{۲}}{۲g} \Rightarrow \frac{V^{۲}}{۲g}=۱۲/۸ \Rightarrow V=۱۶\,m/s \qquad (II)$$

$$(I),(II) \Rightarrow ۱۲/۸=۲/۸+H_{P} \Rightarrow H_{P}=۱۰\,m$$

و در نهایت توان هیدرولیکی پمپ برابر است با:

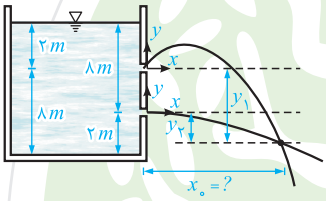
$$N_u = \gamma Q H_P = (۱۰)(۱۶ \times ۴۰ \times ۱۰^{-۴})(۱۰) = ۶/۴\, kW$$

توجه: بردار سرعت در هر نقطه، بر مسیر حرکت سیال منطبق است و در نقطهٔ اوج فقط مؤلفهٔ افقی دارد که برابر است با:

$$V_۳ = V_x = V_۰ \cos\alpha$$

۱۱- (۴)

مطابق با آنچه در متن درس گفتیم، مبدأ مختصات را یک بار روی روزنه اول (بالایی) و بار دیگر روی روزنه دوم (پایینی) قرار می‌دهیم و معادلهٔ مسیر حرکت جت‌ها را می‌نویسیم. با این توضیح که در معادلات نوشته شده سرعت اولیهٔ جت‌های خروجی را طبق رابطهٔ توریچلی به‌صورت $V = \sqrt{۲gh}$ (و در نتیجه $V^۲ = ۲gh$) قرار می‌دهیم.



معادلهٔ جت بالایی : $y = \dfrac{-gx^۲}{۲V^۲\cos^۲\alpha} + x\tan\alpha$

$$y = \frac{-gx^۲}{(۲)(۲g \times ۲)(\cos^۲ ۴۵)} + x\tan ۴۵$$

$$\Rightarrow y = \frac{-x^۲}{۴} + x \Rightarrow -y_۱ = \frac{-x_۰^۲}{۴} + x_۰$$

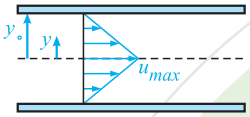
معادلهٔ جت پایینی : $y = \dfrac{-gx^۲}{(۲)(۲g \times ۸)(۱)} + ۰ \Rightarrow y = \dfrac{-x^۲}{۳۲} \Rightarrow -y_۲ = \dfrac{-x_۰^۲}{۳۲}$

با توجه به شکل مشخص است که $y_۱ - y_۲ = ۶$ می‌باشد، بنابراین با کم کردن طرفین دو معادله بالا از هم، می‌نویسیم:

$$y_۱ - y_۲ = (\frac{x_۰^۲}{۴} - x_۰) - (\frac{x_۰^۲}{۳۲}) = ۶ \Rightarrow ۷x_۰^۲ - ۳۲x_۰ - ۱۹۲ = ۰ \xrightarrow{\text{امتحان گزینه‌ها}} x_۰ = ۸\, m$$

تست‌های تکمیلی فصل هفتم

۱- شکل زیر توزیع سرعت بین دو صفحه موازی به عرض واحد را نشان می‌دهد. ضریب تصحیح اندازهٔ حرکت (β) برابر است با:

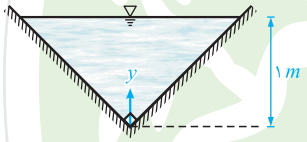


۱) ۱
۲) $\frac{۳}{۲}$
۳) ۲
۴) $\frac{۴}{۳}$

۲- جریان آب در کانالی مستطیلی برقرار است. سرعت جریان در $\frac{۱}{۳}$ پایینی عمق کانال بسیار ناچیز (در حد صفر) بوده و در $\frac{۲}{۳}$ بالایی عمق کانال مقدار ثابت V_0 را دارد. ضریب تصحیح اندازهٔ حرکت (β) کدام است؟

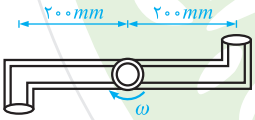
۱) ۱/۵
۲) ۱/۶۷
۳) ۱/۳۳
۴) ۲/۲۵

۳- جریان آب با دبی $۱\,m^۳/s$ و عمق یک متر در یک کانال مثلثی با زاویه رأس ۹۰ درجه برقرار است. در جهت تخمین ضریب تصحیح اندازه حرکت (β) فرض شده است که توزیع سرعت در مقطع جریان از رابطهٔ خطی $V(y) = ky$ پیروی می‌کند که در آن y از کف کانال اندازه‌گیری می‌شود و k ضریب ثابتی می‌باشد. β برابر چند به‌دست می‌آید؟ (سراسری-۸۴)



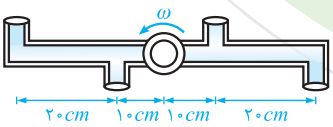
۱) ۲
۲) ۱/۳۳
۳) ۱/۱۲۵
۴) ۱/۰۵

۴- در شکل زیر پلان یک آبپاش گردان نشان داده شده است که آب از لولهٔ قائم واقع در وسط آن وارد و از دهانه‌هایی به قطر $۱۰\,mm$ خارج می‌شود. اگر دبی کل خروجی $۱/۲\,lit/s$ باشد، سرعت دوران آبپاش را با صرف‌نظر کردن از اصطکاک محاسبه کنید. ($\pi = ۳$ ، $\rho = ۱۰^۳\,kg/m^۳$)



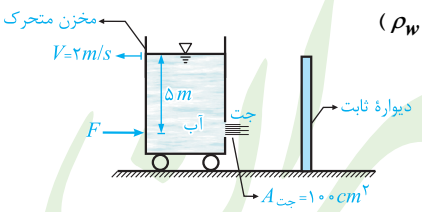
۱) $۲۰\,rad/s$
۲) $۲۵\,rad/s$
۳) $۳۰\,rad/s$
۴) $۴۰\,rad/s$

۵- در شکل زیر پلان یک آبپاش گردان نشان داده شده است. آب با دبی $۲۰\,lit/s$ از لولهٔ قائم که در وسط آبپاش قرار دارد، وارد می‌شود و با دبی یکسان از کلیه نازل‌ها خارج می‌شود. اگر مساحت هر یک از نازل‌ها برابر $۵\,cm^۲$ و گشتاور روی محور آبپاش برابر $۱۰\,N\cdot m$ باشد، سرعت دوران آبپاش را به‌دست آورید.



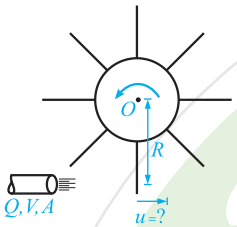
۱) ۵
۲) ۱
۳) ۱۰
۴) ۰/۵

۶- در شکل زیر، جت خارج شده از روزنهٔ قرارگرفته در پایین مخزن بزرگ، باعث حرکت مخزن می‌شود. می‌خواهیم با اعمال نیروی F به مخزن، سرعت حرکت آن را ثابت و برابر $۲\,m/s$ به سمت چپ تنظیم کنیم. با صرف‌نظر از اثرات اصطکاک زمین، نیروی F و همچنین نیرویی که جریان خروجی به دیوارهٔ قائم ثابت قرار گرفته در مقابل مخزن وارد می‌کند را بیابید. ($g = ۱۰\,m/s^۲$ و $\rho_w = ۱۰^۳\,kg/m^۳$)



۱) $۶۴۰\,N$ ، $۶۴۰\,N$
۲) $۱۰۰۰\,N$ ، $۱۰۰۰\,N$
۳) $۶۴۰\,N$ ، $۱۰۰۰\,N$
۴) $۱۰۰۰\,N$ ، $۶۴۰\,N$

۷- جریان خروجی از لوله‌ای افقی با پره‌های یک توربین برخورد کرده و آنها را به حرکت در می‌آورد. اگر گشتاور مقاوم ناشی از اصطکاک در مقابل چرخش این توربین برابر T_s باشد، در آن‌صورت حداکثر سرعت حرکت پره‌ها (u) کدام است؟



۱) $V=\sqrt{\frac{T_s}{\rho RA}}$

۲) $V=\sqrt{\frac{T_s}{\rho QR}}$

۳) $V=\frac{T_s}{\rho QR}$

۴) $V=\frac{T_s}{\rho RA}$

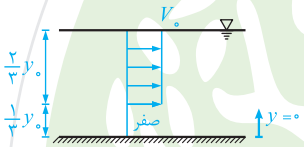
۱- (۴)

با توجه به پروفیل سرعت، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \beta = \frac{1}{A}\int_A (\frac{u}{V})^2 dA \\ u = u_{max}(1-\frac{y}{y_0}) \\ V = \frac{u_{max}}{2} \end{cases} \Rightarrow \beta = \frac{1}{(2y_0\times 1)}\times 2\int_0^{y_0}\left[2(1-\frac{y}{y_0})\right]^2 dy = \frac{4}{y_0}\int_0^{y_0}(1-\frac{y}{y_0})^2 dy = \frac{4}{3}$$

۲- (۱)

توزیع سرعت توصیف شده به شکل زیر است که در این حالت برای تعیین ضریب تصحیح اندازه حرکت (β) ابتدا V (سرعت متوسط) را به‌دست می‌آوریم:



$$V = \frac{Q}{A}\ ,\ Q = \text{حجم پروفیل سرعت} = \frac{2}{3}y_0 V_0 \boxed{b}$$

بعد عمود بر صفحه

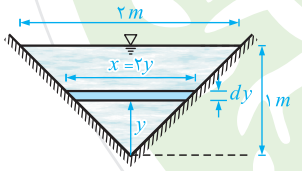
$$\Rightarrow V = \frac{\frac{2}{3}y_0 V_0 b}{y_0 b} = \frac{2}{3}V_0$$

بنابراین مقدار β برابر است با:

$$\beta = \frac{1}{A}\int_{\frac{y_0}{3}}^{y_0}(\frac{u}{V})^2 dA = \frac{1}{by_0}\int_{\frac{y_0}{3}}^{y_0}\left[\frac{V_0}{\frac{2}{3}V_0}\right]^2 b\,dy = \frac{\frac{9}{4}b}{by_0}y\Big]_{\frac{y_0}{3}}^{y_0} = \frac{3}{2} = 1/5$$

۳- (۳)

المان سطح dA را مطابق شکل انتخاب کرده و ابعاد آن را برحسب متغیر y می‌یابیم:



$$\frac{x}{2} = \frac{y}{1} \Rightarrow x = 2y \Rightarrow dA = 2y\,dy$$

از طرفی سرعت متوسط جریان برابر است با:

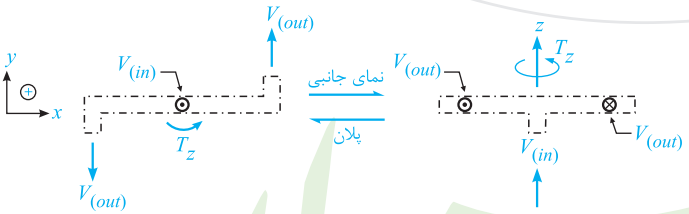
$$V = \frac{1}{A}\int V(y)\,dA = \frac{1}{1\times 1}\int_0^1 (ky)(2y\,dy) = \frac{2k}{3}$$

در نهایت β به صورت زیر به‌دست می‌آید.

$$\beta = \frac{1}{A}\int(\frac{V(y)}{V})^2 dA = \frac{1}{1\times 1}\int_0^1\left(\frac{ky}{\frac{2k}{3}}\right)^2(2y\,dy) = \frac{9}{8} = 1/125$$

۴- (۴)

با در نظر گرفتن حجم کنترل در داخل آبپاش و نوشتن معادله گشتاور مومنتم در حالت کلی، خواهیم داشت:



$$T_z = (\sum \rho Q V_t r)_{out} - (\sum \rho Q V_t r)_{in}$$

از طرفی می‌دانیم آبپاش بدون اصطکاک است یعنی گشتاور مقاوم روی محور آن برابر صفر است ($T_z = 0$)، همچنین به علت این که ورود آب به آبپاش گردان از مرکز دوران است، $(\rho Q V_t r)_{in} = 0$ خواهد بود. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت:

$$(\sum \rho Q V_t r)_{out} = 0 \Rightarrow V_t = 0$$

حال با استفاده از روابط گفته شده در متن درس (قسمت تکمیلی)، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} V_r - r\omega = ۰ \Rightarrow \omega = \dfrac{V_r}{r} \\ V_r = \dfrac{Q}{A} = \dfrac{۰/۶\times۱۰^{-۳}}{\pi\times ۰/۰۰۵^{۲}} = \dfrac{۲۴}{\pi} = ۸\ m/s \end{cases} \Rightarrow \omega = \frac{۸}{۰/۲} = ۴۰\ rad/s$$

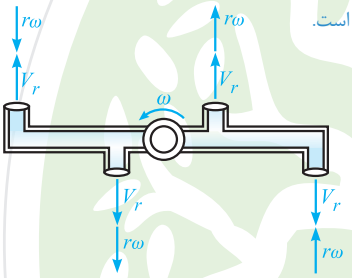
۵- (۳)

$$T_z = \sum \rho Q(V_r - r\omega)r \ ,\ V_r = \frac{\overset{\frac{Q_{\text{کل}}}{۴}}{Q}}{A} = \frac{۵\times۱۰^{-۳}}{۵\times۱۰^{-۴}} = ۱۰\ m/s$$

$$۱۰ = (۲)(۱۰۰۰)(۵\times۱۰^{-۳})(۱۰ \boxed{-} ۰/۳\omega)(۰/۳) - (۲)(۱۰۰۰)(۵\times۱۰^{-۳})(۱۰ \boxed{+} ۰/۱\omega)(۰/۱) \Rightarrow \omega = ۱۰\ rad/s$$

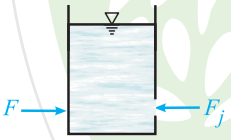
جهت سرعت خطی ناشی از دوران و سرعت مماسی مخالف یکدیگر است.

جهت سرعت خطی ناشی از دوران و سرعت مماسی یکسان است.



۶- (۲)

ابتدا با نوشتن معادلهٔ تعادل نیروهای وارد بر مخزن متحرک، خواهیم داشت:



$$\sum F_x = \boxed{۰} \Rightarrow F = F_j = \rho V_j^{۲} A_j$$

حرکت با سرعت ثابت $(a = ۰)$

حال در ادامه، سرعت جت خروجی را با استفاده از رابطهٔ توریچلی به‌صورت زیر به‌دست می‌آوریم:

$$V_j = \sqrt{۲gh} = \sqrt{۲\times۱۰\times۵} = ۱۰\ m/s$$

و در نهایت نیروی F برابر می‌شود با:

$$F = ۱۰۰۰\times۱۰^{۲}\times۱۰۰\times۱۰^{-۴} = ۱۰۰۰\ N$$

همچنین چون جت نسبت به دیوار متحرک است و جهت حرکت جت نیز بر خلاف جهت حرکت جت خروجی است، بنابراین نیروی جت وارد بر دیوار براساس سرعت اصلاح شدهٔ جت به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\begin{cases} F_{j_{\text{وارد بر دیواره}}} = \rho V_{j_{\text{اصلاح شده}}}^{۲} A_j \\ V_{j_{\text{اصلاح شده}}} = V_j - V_j^{*} = ۱۰ - ۲ = ۸\ m/s \end{cases} \Rightarrow F_{j_{\text{وارد بر دیواره}}} = ۱۰۰۰\times۸^{۲}\times۱۰۰\times۱۰^{-۴} = ۶۴۰\ N$$

۷- (۳)

$$\begin{cases} \sum T_o = ۰ \Rightarrow F_j R = T_s \\ F_j = \rho Q_j U = \rho Q(V-u) \end{cases} \Rightarrow \rho Q(V-u)R = T_s \Rightarrow u = V - \frac{T_s}{\rho QR}$$

تست‌های تکمیلی فصل هشتم

۱- سرعت موج دریا در آب‌های عمیق ($C_\circ$) تابعی از طول موج (λ) و شتاب ثقل (g) است. شکل کلی معادله سرعت موج کدام است؟ (k ضریب بدون بعد است)

۱) $C_\circ = k\lambda g^{۲}$ ۲) $C_\circ = k\lambda g$ ۳) $C_\circ = k\lambda^{۲} g$ ۴) $C_\circ = k\sqrt{\lambda g}$

۲- کدام‌یک از تعاریف زیر در مورد پارامترهای بدون بعد، صحیح نمی‌باشد؟

۱) عدد وبر نسبت نیروی اینرسی به نیروی کشش سطحی است.
۲) عدد ماخ از نسبت نیروی اینرسی به نیروی الاستیسیته به‌دست می‌آید.
۳) عدد اویلر نسبت نیروی اینرسی به نیروی فشاری است.
۴) عدد فرود از نسبت نیروی اینرسی به نیروی ثقل به‌دست می‌آید.

۳- نسبت بدون بعد $\frac{۲\Delta P}{\rho V^{۲}}$ چه نامیده می‌شود؟

۱) عدد رینولدز ۲) ضریب فشار ۳) ضریب دراگ ۴) عدد اویلر

۴- برای جریان آرام بین دو صفحهٔ موازی با فاصلهٔ کم، مهمترین نیروها کدامند؟ (سراسری - ۸۲)

۱) لزجی و فشاری ۲) اینرسی و لزجی ۳) جاذبه و فشاری ۴) فشاری و اینرسی

۵- کدام‌یک از تعاریف زیر صحیح است؟ (سراسری - ۸۲)

۱) عدد فرود نسبت نیروی الاستیسیته به نیروی ثقل را بیان می‌کند.
۲) عدد وبر نسبت نیروی ثقل به نیروی کشش سطحی را بیان می‌کند.
۳) عدد ماخ نسبت نیروی ثقل به نیروی لزجت را بیان می‌کند.
۴) عدد رینولدز نسبت نیروی اینرسی به نیروی لزجت را بیان می‌کند.

۶- در مدل کردن حرکت آب در خاک جهت تعیین ارتفاع مویینگی، کدام‌یک از پارامترهای بدون بعد زیر جهت برقراری تشابه دینامیکی به‌کار می‌رود؟

۱) عدد فرود ۲) عدد رینولدز ۳) عدد اویلر ۴) عدد وبر

۷- پمپی به توان $۶۴\ kW$ در یک سیستم آبیاری به‌کار می‌رود. جهت مطالعهٔ آن مدلی ۸ بار کوچکتر از نمونهٔ اصلی ساخته می‌شود. اگر نسبت سرعت‌ها $\frac{V_p}{V_m} = \frac{۲}{۱}$ باشد، آنگاه توان لازم برای پمپ مدل چند کیلووات (kW) خواهد بود؟ (سراسری - ۸۰)

۱) ۰/۱۲۵ ۲) ۰/۲۵ ۳) ۰/۵ ۴) ۱

۸- برای مدل کردن پدیدهٔ ضربه قوچ در سیالی که با دانسیته $۸۰۰\ kg/m^{۳}$ و سرعت $۲\ m/s$ در مجرای اصلی جریان دارد، سیالی با دانسیته $۱۰۰۰\ kg/m^{۳}$ و سرعت $۰/۵\ m/s$ در آزمایشگاه شبیه‌سازی می‌شود. ضریب بالک در نمونه اصلی چند برابر ضریب بالک مدل است؟

۱) ۱۲/۸ ۲) ۰/۷۸ ۳) ۲۰ ۴) ۰/۰۵

۹- یک جسم شناور به طول ۸ متر در آب به دانسیته $۱۰۰۰\ kg/m^{۳}$ حرکت می‌کند. طول مورد نیاز برای مدل کردن این جسم در الکل اتیلیک به دانسیته $۸۰۰\ kg/m^{۳}$ چقدر است؟ نیروهای مؤثر در این مسأله ثقل و کشش سطحی می‌باشند و کشش سطحی در مدل و نمونه اصلی به‌ترتیب برابر $۰/۰۱۵\ N/m$ و $۰/۰۷۵\ N/m$ است.

۱) ۴ متر ۲) ۲ متر ۳) $\sqrt{۲}$ متر ۴) هیچکدام

۱۰- در نظر است تا یک جت آب که با سرعت $۶\ m/s$ فوران می‌کند، با مقیاس $\frac{۱}{۱۰}$ در آزمایشگاه مدل‌سازی شود. اگر سرعت جت آب در آزمایشگاه $۲\ m/s$ باشد و اختلاف فشار داخل و خارج جت استوانه‌ای نیز $۲\ kPa$ اندازه‌گیری شود، در آن‌صورت فشار نسبی داخل جت در نمونه اصلی کدام است؟

۱) $۳۰\ kPa$ ۲) $۱۸\ kPa$ ۳) $۱۵\ kPa$ ۴) $۳\ kPa$

۱- (۴)

ابتدا دیمانسیون متغیرهای مسأله و از آنجا n، m و j را مشخص می‌کنیم:

$$C_\circ \equiv LT^{-1},\ \lambda \equiv L\ ,\ g \equiv LT^{-2},\ j = n - \boxed{m} = ۳ - ۲ = ۱$$

از بین M و L و T، فقط L و T در این تست مطرح است.

حال با استفاده از روش رایتمایر - هانساکر خواهیم داشت:

$$L \equiv \lambda\ ,\ C_\circ \equiv LT^{-1} \equiv \lambda T^{-1} \Rightarrow T \equiv \lambda C_\circ^{-1}$$

$$g \equiv LT^{-2} \equiv (\lambda)(\lambda C_\circ^{-1})^{-2} \equiv \lambda^{-1} C_\circ^{2} \Rightarrow \pi_1 = \frac{g}{\lambda^{-1} C_\circ^{2}} = \frac{\lambda g}{C_\circ^{2}} \Rightarrow k = \frac{C_\circ}{\sqrt{\lambda g}} \Rightarrow C_\circ = k\sqrt{\lambda g}$$

توجه: در حل این مسأله می‌توانیم با کنترل دیمانسیون k برحسب متغیرهای موجود نیز، حالت بدون بعد را تشخیص دهیم:

$$(۱)\ \text{گزینه}: k = \frac{C_\circ}{\lambda g^{2}} \equiv \frac{LT^{-1}}{L \times L^{2} T^{-4}} \equiv L^{-2} T^{3}$$

$$(۲)\ \text{گزینه}: k = \frac{C_\circ}{\lambda g} \equiv \frac{LT^{-1}}{L \times LT^{-2}} \equiv L^{-1} T$$

$$(۳)\ \text{گزینه}: k = \frac{C_\circ}{\lambda^{2} g} \equiv \frac{LT^{-1}}{L^{2} \times LT^{-2}} \equiv L^{-2} T$$

$$(۴)\ \text{گزینه}: k = \frac{C_\circ}{\sqrt{\lambda g}} \equiv \frac{LT^{-1}}{(L \times LT^{-2})^{0/5}} \equiv ۱ \Rightarrow \text{بدون بعد}$$

بدین ترتیب گزینهٔ (۴) پاسخ صحیح این سؤال خواهد بود.

۲- (۳)

عدد اویلر نسبت نیروی فشاری به نیروی اینرسی است و به‌همین دلیل گزینهٔ (۳) عبارت نادرستی بوده و پاسخ این تست است.

۳- (۲)

همانطورکه در تعریف عدد اویلر گفته شد، عبارت داده شده ضریب فشار نام دارد.

۴- (۱)

نیروی اینرسی در تمامی پدیده‌ها اهمیت دارد ولی در جریان مذکور نیروهای لزجی و فشاری نیز علاوه بر نیروی اینرسی دارای اهمیت می‌باشند.

۵- (۴)

طبق تعریف عدد رینولدز نسبت نیروی اینرسی به نیروی لزجت است.

۶- (۴)

همان‌طور که در متن درس به آن اشاره شده است، تشابه وبر (تساوی عدد وبر در مدل و پروتوتیپ) زمانی به‌کار می‌رود که نیروهای اینرسی و کشش سطحی مهم می‌شوند، مانند پدیدهٔ موییینگی.

۷- (۱)

در این سؤال هیچکدام از تشابهات رینولدز و فرود برقرار نیست، چرا که مقیاس سرعتِ داده شده در صورت سؤال با مقیاس سرعت این دو تشابه یکی نیست:

$$\text{تشابه رینولدز}: V_r = \frac{۱}{L_r} = \frac{۱}{(\frac{۱}{۸})} = ۸ \neq \frac{۱}{۲}$$

$$\text{تشابه فرود}: V_r = \sqrt{L_r} = \sqrt{\frac{۱}{۸}} = \frac{\sqrt{۲}}{۴} \neq \frac{۱}{۲}$$

پس با توجه به فرمول توان و دانستن مقیاس نیرو در حالت کلی، می‌نویسیم:

$$(\frac{\rho_m}{\rho_p}) V_r^{2} L_r^{2}$$

$$N = F \times V \Rightarrow N_r = \boxed{F_r} \times V_r \Rightarrow N_r = (\frac{\rho_m}{\rho_p}) V_r^{3} L_r^{2}$$

$$\Rightarrow \frac{N_m}{۶۴} = (۱)(\frac{۱}{۲})^{3}(\frac{۱}{۸})^{2} \Rightarrow N_m = ۰/۱۲۵\ kW$$

۸- (۱)

با به‌کارگیری تشابه ماخ بین مدل و نمونهٔ اصلی خواهیم داشت:

$$(M)_m=(M)_p \Rightarrow V_m\sqrt{\frac{\rho_m}{K_m}}=V_p\sqrt{\frac{\rho_p}{K_p}} \Rightarrow V_r^{۲}=(\frac{K_m}{K_p})(\frac{\rho_p}{\rho_m})$$

بنابراین در حل این تست خواهیم داشت:

$$(\frac{۰/۵}{۲})^{۲}=(\frac{K_m}{K_p})(\frac{۸۰۰}{۱۰۰۰}) \Rightarrow \frac{K_p}{K_m}=۱۲/۸$$

۹- (۱)

با توجه به این که نیروهای ثقل و کشش سطحی (همراه با اینرسی) نیروهای مؤثر در مسأله می‌باشند، بنابراین بایستی تشابه فرود و تشابه وبر به‌صورت توأم برقرار گردد. در این حالت خواهیم داشت:

$$\begin{cases}(We)_m=(We)_p \Rightarrow \dfrac{\rho_m V_m^{۲} l_m}{\sigma_m}=\dfrac{\rho_p V_p^{۲} l_p}{\sigma_p} \Rightarrow V_r^{۲}=\dfrac{۱}{L_r}(\dfrac{\rho_p}{\rho_m})(\dfrac{\sigma_m}{\sigma_p})\\ (Fr)_m=(Fr)_p \Rightarrow V_r=\sqrt{L_r}\end{cases}$$

$$\Rightarrow L_r^{۲}=(\frac{\rho_p}{\rho_m})(\frac{\sigma_m}{\sigma_p}) \Rightarrow (\frac{L_m}{۸})^{۲}=(\frac{۱۰۰۰}{۸۰۰})(\frac{۰/۰۱۵}{۰/۰۷۵}) \Rightarrow L_m=۴\,m$$

۱۰- (۲)

راه حل اول: با توجه به اختلاف فشار بین داخل و خارج جت استوانه‌ای، بایستی از تشابه اویلر استفاده کرد:

$$(Eul)_m=(Eul)_p \Rightarrow \Delta P_r=(\frac{\rho_m}{\rho_p})V_r^{۲} \Rightarrow (\frac{۲}{\Delta P_p})=(۱)(\frac{۲}{۶})^{۲} \Rightarrow \Delta P_p=۱۸\,kPa$$

راه حل دوم: در این مسأله جریان دارای سطح آزاد است و ابعاد نیز کوچک‌اند، بنابراین نیروهای اینرسی و کشش سطحی حائز اهمیت می‌باشند. در این حالت بایستی بین مدل و نمونه اصلی تشابه وبر برقرار گردد.

$$(We)_m=(We)_p \Rightarrow V_r^{۲}=\frac{۱}{L_r}(\frac{\rho_p}{\rho_m})(\frac{\sigma_m}{\sigma_p}) \Rightarrow (\frac{۲}{۶})^{۲}=\frac{۱}{(\frac{۱}{۱۰})}(۱)(\frac{\sigma_m}{\sigma_p}) \Rightarrow \frac{\sigma_p}{\sigma_m}=۹۰$$

$$\begin{cases}\Delta P_p=\dfrac{۲\sigma_p}{d_p}\\ \Delta P_m=\dfrac{۲\sigma_m}{d_m}\end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta P_p}{\Delta P_m}=(\frac{\sigma_p}{\sigma_m})(\frac{d_m}{d_p}) \Rightarrow \frac{\Delta P_p}{۲}=۹۰\times\frac{۱}{۱۰} \Rightarrow \Delta P_p=۱۸\,kPa$$

تست‌های تکمیلی فصل نهم

۱- با توجه به دیاگرام مودی کدام عبارت صحیح است؟ (سراسری - ۸۸)

۱) ضخامت زیر لایه آرام در ناحیه انتقالی تقریباً برابر ضخامت آن در ناحیه کاملاً آشفته است.

۲) ضخامت زیر لایه آرام در ناحیه انتقالی بیشتر از ضخامت آن در ناحیه کاملاً آشفته است.

۳) ضخامت زیر لایه آرام در ناحیه انتقالی کمتر از ضخامت آن در ناحیه کاملاً آشفته است.

۴) هیچکدام

۲- سیالی با لزجت سینماتیکی $۱/۵\times۱۰^{-۵}\ m^۲/s$ و دانسیته $۸۰۰\ kg/m^۳$ بین دو صفحهٔ ثابت، موازی و افقی که با فاصله $۶\ mm$ از یکدیگر قرار گرفته‌اند، جاری است. اگر سرعت متوسط جریان سیال $۰/۵\ m/s$ و جریان آرام باشد، در آن صورت افت فشار در ۴۰ متر از طول مسیر چند kPa است؟

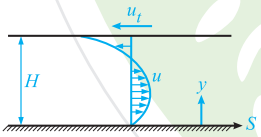
۱) ۲۰ ۲) ۴۰ ۳) ۶۰ ۴) ۸۰

۳- جریان بین دو صفحهٔ افقی و موازی که به فاصله H از یکدیگر قرار گرفته‌اند، آرام است. اگر صفحهٔ بالایی با سرعت u_t در حرکت بوده و صفحهٔ پایینی ثابت باشد، در آن صورت گرادیان فشار برای آن‌که تنش برشی در صفحهٔ پایینی صفر شود، کدام است؟

۱) $\frac{\mu u_t}{۲H^۲}$ ۲) $\frac{\mu u_t}{H^۲}$

۳) $\frac{۲\mu u_t}{H^۲}$ ۴) $\frac{۴\mu u_t}{H^۲}$

۴- یک جریان آرام بین دو صفحه افقی، تحت گرادیان فشار $\frac{dP}{dS}$ (P با جهت مثبت S کاهش می‌یابد) برقرار است. صفحه بالایی با سرعت u_t به‌سمت چپ حرکت می‌کند، بیان سرعت u برای نقاط بین دو صفحه به‌صورت زیر می‌باشد: $u=-\frac{۱}{۲}\frac{dP}{dS}(Hy-y^۲)+u_t\frac{y}{H}$ کدام‌یک از عبارات زیر صحیح است؟ (سراسری - ۸۷)



۱) ماکزیمم تنش برشی در نقطه تماس با صفحه بالایی ($y=H$) است.

۲) ماکزیمم تنش برشی در نقطه تماس با صفحه پایینی ($y=۰$) است.

۳) ماکزیمم تنش برشی در نقطه بین دو صفحه بالایی و پایینی اتفاق می‌افتد.

۴) با توجه به اطلاعات داده شده، در زمینه مقایسه تنش‌های برشی نمی‌توان اظهار نظر نمود.

۵- در جریان آرام بین دو صفحه که یکی ساکن و دیگری در حال حرکت در جهت x است، اگر نرخ تغییر فشار در طول جریان ($\frac{dP}{dx}$) افزایش یابد، در آن‌صورت محل وقوع سرعت بیشینه در یک مقطع ..... .

$$U(y)=V\left(\frac{y}{H}\right)-\frac{۱}{۲\mu}\frac{dP}{dx}(Hy-y^۲)$$

۱) به صفحهٔ متحرک نزدیک‌تر می‌شود.

۲) به صفحهٔ ساکن نزدیک‌تر می‌شود.

۳) به محور تقارن افقی نزدیک‌تر می‌شود.

۴) حداکثر سرعت همواره در مجاورت صفحهٔ متحرک فوقانی رخ می‌دهد.

۶- باد با سرعت $۱۰\ m/s$ از روی یک سقف مسطح به طول ۲۰ و عرض ۱۰ متر عبور می‌کند، دانسیته هوا برابر $\rho=۱/۲\ kg/m^۳$ و ضریب دراگ $C_D=۰/۰۰۲۵$ می‌باشد. نیروی دراگ باد را روی سقف محاسبه کنید. (بر حسب نیوتن)

۱) ۷/۵ ۲) ۱۵ ۳) ۳۰ ۴) ۶۰

۷- مساحت بال‌های یک هواپیما که با سرعت $۱۸۰\ km/h$ در حال پرواز است، برابر $۳۰\ m^۲$ می‌باشد. اگر وزن مخصوص هوا $\gamma=۱۲\ N/m^۳$ و شتاب ثقل برابر $g=۱۰\ m/s^۲$ باشند، در آن صورت با احتساب ضریب لیفت برابر $C_L=۰/۵$ وزن هواپیما را به‌دست آورید.

۱) $۱۱/۲۵\ kN$ ۲) $۲۲/۵\ kN$ ۳) $۴۵\ kN$ ۴) $۹۰\ kN$

۸- یک کرهٔ فلزی کوچک به قطر ۲ میلیمتر و چگالی ۳/۵ در روغن به چگالی ۰/۸ و لزجت $0/1 Pa.s$ سقوط می‌کند. سرعت حد و نیروی دراگ وارد بر کره به‌ترتیب کدام است؟

۱) $6\,cm/s$ و $3/6\pi\times10^{-6}\,N$

۲) $0/6\,cm/s$ و $3/6\pi\times10^{-5}\,N$

۳) $0/6\,cm/s$ و $3/6\pi\times10^{-6}\,N$

۴) $6\,cm/s$ و $3/6\pi\times10^{-5}\,N$

۹- توپی به قطر ۴۰ میلی‌متر و وزن ۰/۲۶ نیوتن از عمق استخر رها می‌شود. سرعت بالا آمدن توپ چند متر بر ثانیه است؟ فرض نمایید که توپ به سرعت حد رسیده و ضریب رانش *(Drag coefficient)* آن ۰/۴ است. (چگالی آب $\rho = 1000\,kg/m^3$ ، $g = 10\,m/s^2$ ، $\pi = 3$) (سراسری - ۸۱)

۱) ۱

۲) ۲/۵

۳) ۰/۵

۴) ۱/۵

۱- (۲)

به توضیحات قسمت تکمیلی در بخش (C-۱) مراجعه شود.

۲- (۴)

معادلهٔ پروفیل توزیع سرعت در جریان آرام بین صفحات موازی را در حالت افقی به‌صورت زیر در نظر بگیرید: :

$$u = u_t\left(\frac{y}{H}\right) - \frac{1}{2\mu}\frac{dP}{dS}(Hy - y^2) \xrightarrow{u_t = 0} u = -\frac{1}{2\mu}\cdot\frac{dP}{dS}(Hy - y^2)$$

در صورت سؤال مقدار سرعت متوسط داده شده است و ما می‌دانیم که سرعت متوسط از حاصل تقسیم دبی جریان بر مساحت مقطع به‌دست می‌آید. از این‌رو می‌نویسیم:

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{q}{H}\ ,\ q = \int_0^H u\,dy = \int_0^H -\frac{1}{2\mu}\cdot\frac{dP}{dS}(Hy - y^2)\,dy = -\frac{H^3}{12\mu}\left(\frac{dP}{dS}\right) \Rightarrow V = -\frac{H^2}{12\mu}\left(\frac{dP}{dS}\right)$$

حال اگر افت فشار را با $\Delta P = P_1 - P_2$ و رابطه سرعت متوسط را به صورت تفاضلی نشان دهیم (به‌جای افت فشار در طول لوله یعنی $\frac{dP}{dS}$، بنویسیم $\frac{\Delta P}{L}$)، در آن صورت خواهیم داشت:

$$V = \frac{H^2\Delta P}{12\underbrace{\mu}_{\nu\times\rho}L} \Rightarrow 0/5 = \frac{(0/006)^2(\Delta P)}{(12)(1/5\times10^{-5}\times800)(40)} \Rightarrow \Delta P = 80\times10^3\,Pa = 80\,kPa$$

توجه: در حالتی که صفحات موازی ساکن هستند، پروفیل سرعت به صورت سهمی در می‌آید.

۳- (۳)

مشابه با تست قبل، برای این صفحات موازی و افقی می‌نویسیم:

$$u = u_t\left(\frac{y}{H}\right) - \frac{1}{2\mu}\cdot\frac{dP}{dS}(Hy - y^2)$$

$$\tau = \mu\left(\frac{du}{dy}\right) = \mu\left(\frac{u_t}{H}\right) - \frac{1}{2}\frac{dP}{dS}(H - 2y)$$

حال برای آنکه در صفحهٔ پایینی ($y = 0$)، تنش برشی برابر صفر ($\tau = 0$) شود، باید داشته باشیم:

$$\tau(y = 0) \Rightarrow \mu\left(\frac{u_t}{H}\right) - \frac{1}{2}\frac{dP}{dS}(H - 0) = 0 \Rightarrow \frac{dP}{dS} = \frac{2\mu u_t}{H^2}$$

۴- (۱)

رابطهٔ تنش برشی برای صفحات افقی را که در تست قبل به‌دست آوردیم، در نظر بگیرید:

$$\tau = \mu\frac{du}{dy} = \mu\left(\frac{u_t}{H}\right) - \frac{1}{2}\cdot\frac{dP}{dS}(H - 2y)\ ,\ m = -\frac{1}{2}\cdot\frac{dP}{dS} > 0 \Rightarrow \tau = \mu\left(\frac{u_t}{H}\right) + m(H - 2y)$$

با توجه به این‌که $u_t < 0$ است، علامت جمله اول همواره منفی خواهد بود. بنابراین قدرمطلق عبارت فوق زمانی حداکثر می‌شود که $y = H$ بوده و جملهٔ دوم نیز منفی‌ترین مقدار خود را داشته باشد.

۵- (۳)

برای به‌دست آوردن محل وقوع سرعت ماکزیمم، از رابطهٔ $U(y)$ نسبت به y مشتق گرفته و حاصل را برابر صفر قرار می‌دهیم.

$$\frac{dU}{dy} = 0 \Rightarrow \frac{V}{H} - \frac{1}{2\mu}\frac{dP}{dx}(H - 2y) = 0 \Rightarrow y_{(U_{max\ \text{نظیر}})} = \frac{H}{2} - \frac{\mu V}{H\frac{dP}{dx}}$$

از آنجاکه عبارت $\frac{dP}{dx}$ منفی و μ، V و H مثبت هستند، جملهٔ دوم از رابطهٔ فوق یعنی $\frac{\mu V}{H\frac{dP}{dx}}$ منفی بوده و در نتیجه داریم:

$$y_{(U_{max\ \text{نظیر}})} = \frac{H}{2} \underbrace{-\ \overbrace{\frac{\mu V}{H\frac{dP}{dx}}}^{\text{منفی}}}_{\text{مثبت}} \Rightarrow y_{(U_{max\ \text{نظیر}})} > \frac{H}{2}$$

این یعنی محل وقوع U_{max} بالاتر از محور تقارن افقی است. حال اگر $\frac{dP}{dx}$ افزایش یابد، عبارت $-\frac{\mu V}{H\frac{dP}{dx}}$ کاهش یافته و محل وقوع U_{max} بـه $\frac{H}{۲}$ (یعنی محور تقارن افقی) نزدیک‌تر می‌شود. بنابراین گزینهٔ (۳) پاسخ صحیح این تست خواهد بود.

۶- (۳)

$$F_D=\frac{۱}{۲}C_D\rho A V^{۲}=\frac{۱}{۲}(۰/۰۰۲۵)(۱/۲)(۲۰\times۱۰)(۱۰^{۲})=۳۰\,N$$

۷- (۲)

$$\sum F_y=۰\ \Rightarrow W=F_L\ ,\ F_L=\frac{۱}{۲}C_L\ \underbrace{\boxed{\rho}}_{\frac{\gamma}{g}}\ AV^{۲}$$

$$F_L=\frac{۱}{۲}(۰/۵)(\frac{۱۲}{۱۰})(۳۰)(\frac{۱۸۰}{\underbrace{\boxed{۳/۶}}_{m/s\ \text{به}\ km/hr\ \text{تبدیل}}})^{۲}=۲۲/۵\times۱۰^{۳}N=۲۲/۵\,kN\ \Rightarrow W=۲۲/۵\,kN$$

۸- (۴)

ابتدا فرض می‌کنیم که عدد رینولدز کوچکتر از یک است و با استفاده از قانون استوکس، سرعت حد گلوله فلزی را به‌صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$V=\frac{D^{۲}}{۱۸\mu}(\gamma_s-\gamma_F)=\frac{۰/۰۰۲^{۲}}{۱۸\times۰/۱}(۳۵۰۰۰-۸۰۰۰)=۰/۰۶\,m/s=۶\,cm/s$$

$$Re=\frac{\rho VD}{\mu}=\frac{۸۰۰\times۰/۰۶\times۰/۰۰۲}{۰/۱}=۰/۹۶<۱\qquad O.K.$$

حال نیروی دراگ را به‌دست می‌آوریم:

$$Drag=۳\pi\mu VD=۳\pi\times۰/۱\times۰/۰۶\times۰/۰۰۲=۳/۶\pi\times۱۰^{-۵}N$$

۹- (۳)

$$\sum F_y=۰\ \Rightarrow\ F_B=W+Drag\ ,\ Drag=\frac{۱}{۲}C_D\rho AV^{۲}\ ,\ F_B=\gamma_{\text{سیال}}\underbrace{\boxed{\forall_d}}_{\frac{\pi D^{۳}}{۶}=\text{حجم کره}}$$

$$(\frac{\pi\times۰/۰۴^{۳}}{۶})(۱۰^{۴})=۰/۲۶+\frac{۱}{۲}(۰/۴)(۱۰۰۰)(\frac{\pi\times۰/۰۴^{۲}}{۴})(V^{۲})\ \Rightarrow V^{۲}=\frac{۰/۰۶}{۰/۲۴}=۰/۲۵\Rightarrow V=۰/۵\,m/s$$